Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2009/2010

CP110 - Calcolo delle Probabilitá

Esercitazione 10 - Elena Pulvirenti (4-5-2010)

Esercizio 1. Un'urna contiene 5 palline bianche e 8 rosse. Estraiamo 3 palline senza reinserimento. Sia X_i uguale a 1 se la i-esima pallina estratta e' bianca e sia uguale a 0 altrimenti. Si determini la densita' discreta coniugata di:
(a) X_1, X_2;
(b) X_1, X_2, X_3.

Esercizio 2. Si consideri una successione di prove indipendenti di Bernoulli, ognuna delle quali sia un successo con probabilita' pari a p. Sia X_1 il numero aleatorio di insuccessi che precedono il primo successo e sia X_2 il numero aleatorio di insuccessi tra il primo e il secondo successo. Si determini la densita' discreta congiunta di X_1 e X_2.

Esercizio 3. La densita' congiunta di X e Y e' data da:

$$f(x,y) = c(y^2 - x^2)e^{-y} \quad -y \le x \le y, 0 < y < \infty$$

(a) Si trovi il valore di c.
(b) Si determinino le densita' marginali di X e Y.
(c) Si trovi $E[X]$.

Esercizio 4. Il numero di errori tipografici in una pagina di una data rivista si comporta come una variabile aleatoria di Poisson di media 0.2. Qual e' la probabilita' che un articolo di 10 pagine contenga:
(a) 0 errori?
(b) 2 o piu' errori?

Esercizio 5. Il fatturato lordo settimanale di un ristorante si distribuisce come una variabile aleatoria normale di media 2200 euro e deviazione standard 230 euro. Qual e' la probabilita' che il fatturato lordo totale delle prossime due settimane superi i 5000 euro?

Esercizio 6. Le variabili aleatorie X e Y hanno densita' congiunta:

$$f(x,y) = 12xy(1-x) \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

e 0 altrove.
(a) X e Y sono indipendenti?
(b) Si determini $E[X]$.
(c) Si determini $E[Y]$.
(d) Si determini $Var(X)$.
(e) Si determini $Var(Y)$.

Esercizio 7. Due punti sono scelti a caso su un segmento di lunghezza L in maniera tale che giacciano nelle due opposte meta' del segmento. Indicando con X e Y i due punti, esse sono variabili aleatorie indipendenti tali che X e' distribuita uniformemente sull'intervallo $(0, L/2)$ e Y sull'intervallo $(L/2, L)$. Si determini la probabilita' che la distanza fra questi due punti sia maggiore di $L/3$.