

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2009/2010

CP110 - Calcolo delle Probabilità

ESERCITAZIONE 11 - ELENA PULVIRENTI (11-5-2010)

ESERCIZIO 1. Un dado equo e' lanciato 10 volte. Calcolare il valore atteso della somma dei 10 lanci.

ESERCIZIO 2. Un ospedale e' situato nel centro di un quadrato i cui lati sono lunghi tre chilometri. Un'ambulanza parte dall'ospedale non appena c'e' un incidente. Il sistema di strade e' rettangolare, cosi' la distanza in chilometri dall'ospedale, le cui coordinate sono  $(0, 0)$ , al punto  $(x, y)$  e' pari a  $|x| + |y|$ . Se avviene un incidente in un punto che e' uniformemente distribuito nel quadrato, determinare il valore atteso della distanza percorsa dall'ambulanza.

ESERCIZIO 3. Sia  $Z$  una variabile normale standard, e per un  $x$  fissato, poniamo:

$$X = \begin{cases} Z & \text{se } Z > x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dimostrare che  $E[X] = \frac{1}{2\pi}e^{-x^2/2}$ .

ESERCIZIO 4. Si considerino  $n$  lanci indipendenti di una moneta avente probabilita'  $p$  di dare testa. Diciamo che c'e' un cambio se un esito differisce da quello che lo precede. Ad esempio, se  $n = 5$  e l'esito e': TTCTC, vi sono in tutto 3 cambi. Determinare il valore atteso del numero di cambi. (Suggerimento: esprimere il numero di cambi come una somma di  $n - 1$  variabili di Bernoulli).

ESERCIZIO 5. Un giocatore lancia simultaneamente un dado e una moneta. Se la moneta da' testa, il giocatore vince il doppio dei punti che appaiono sul dado; mentre se esce croce vince meta' dei punti. Determinare la vincita attesa.

ESERCIZIO 6. Si girano, una alla volta, a faccia in su le carte di un mazzo ordinario di 52 carte. Se la prima carta e' un asso, o la seconda un 2, o la terza un 3, o..., o la tredicesima un re, o la quattordicesima un asso, e cosi' via, diciamo che c'e' un accoppiamento. Non si richiede che la  $(13n + 1)$ -esima carta sia un asso di un certo seme, ma che semplicemente si tratti di un asso. Determinare il numero atteso di accoppiamenti.

ESERCIZIO 7. Sia  $X$  il numero di 1 e  $Y$  il numero di 2 che escono lanciando  $n$  volte un dado non truccato. Calcolare  $\text{Cov}(X, Y)$