

**Esercizio 1.** Una classe composta da  $N$  studenti decide di fare un divertente gioco: per prima cosa si ordinano in base all'altezza, poi il primo della lista si alza e dà uno schiaffo a tutti coloro che lo seguono nella lista, poi si alza il secondo e fa la stessa cosa, e così fino all'ultimo.

Quanti schiaffi volano alla fine del gioco?

**Esercizio 2.** Dimostrare le seguenti proprietà del coefficiente binomiale

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

**Esercizio 3.** Una targa è composta da due lettere tre numeri e altre due lettere, ad esempio

**AS 510 MA**

Calcolare:

- i) Tutte le possibili targhe
- ii) Tutte le possibili targhe pari
- iii) Tutte le possibili targhe che contengono i caratteri "D, M, 8"
- iv) Tutte le possibili targhe palindrome

**Esercizio 4.** Calcolare la somma

$$\sum_{n=0}^{1000} \binom{1000}{n} 2^{1000-n} (-1)^n.$$

**Esercizio 5.** Dimostrare le seguenti proprietà del coefficiente multinomiale

- i) Se  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$  ed  $n_i \in \mathbb{N}$  per  $i = 1, \dots, k$  allora

$$\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_k} = \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} \dots \binom{n-(n_1+\dots+n_{k-1})}{n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

- ii) Se  $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}$  allora

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n = \sum \binom{n}{n_1, \dots, n_k} x_1^{n_1} \dots x_k^{n_k}$$

dove la somma è fatta su tutti gli  $(n_1, \dots, n_k)$  tali che  $n_i$  è un intero non negativo per ogni  $i$  e  $n_1 + \dots + n_k = n$ .

**Esercizio 6.** Trova il coefficiente di  $x^3 y^7 z^5$  in  $(x + y + z)^{15}$ .

**Esercizio 7.** Un giro di tressette consiste nel distribuire 10 carte da un mazzo di 40 a 4 giocatori distinti. Quanti sono tutti i possibili giri nel gioco del tressette?