

Esercizio 1. La ruota della roulette ha 38 spazi numerati con 0, 00 e da 1 a 36. Scommettendo 1 euro su un numero specifico si vincono 35 euro se la pallina della roulette si ferma sul numero scelto, altrimenti si perde l'euro scommesso. Effettuando scommesse consecutive, approssimare la probabilità

- i)* di vincere dopo 34 scommesse
- ii)* di vincere dopo 1000 scommesse
- iii)* di vincere dopo 100000 scommesse

Esercizio 2. Sia il punto (X, Y) uniformemente distribuito sul quadrato unitario. Determinare le seguenti probabilità:

- i)* $\mathbb{P}(0 < X < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < Y < \frac{4}{3})$.
- ii)* $\mathbb{P}(X > Y)$
- iii)* $\mathbb{P}(|X - Y| < \frac{1}{4})$
- iv)* $\mathbb{P}(|2X - 1| > 1 - Y)$
- v)* $\mathbb{P}(X^2 + Y^2 < 1)$

Esercizio 3. Sia $f(x, y) = Cx^2y \chi_{\{(x,y) \in [0,1] \times [0,1]\}}$. Determinare C affinché $f(x, y)$ sia una densità. Determinare inoltre $\mathbb{P}(0 < X < \frac{1}{4}, \frac{1}{6} < Y < \frac{2}{3})$.

Esercizio 4. La densità congiunta di X e Y è

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} xy & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- i)* X e Y sono indipendenti?
- ii)* Determinare la funzione di distribuzione congiunta.
- iii)* Determinare $\mathbb{E}[Y]$
- iv)* Determinare $\mathbb{P}(X + Y < 1)$

Esercizio 5. La densità congiunta di X e Y è

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} C \cos(x) \cos(y) & 0 < x < \frac{\pi}{2}, 0 < y < x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- i)* Determinare C
- ii)* X e Y sono indipendenti?
- iii)* Calcolare $\mathbb{E}[Y]$

Esercizio 6. La densità congiunta di X e Y è

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} C \frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}} & 0 < x < 1, 1 < y < 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- i)* Determinare C
- ii)* X e Y sono indipendenti?
- iii)* Calcolare $\mathbb{E}[X]$