

# CP410 Teoria della Probabilità

A.A. 2018/2019

Prof. Pietro Caputo

**1. Probabilità.** Un esempio introduttivo: il processo di ramificazione. Introduzione alla teoria della misura. Spazi di misura. Eventi. Lemmi di estensione e unicità della misura. Misure di probabilità. Lemma di Borel–Cantelli 1. Variabili aleatorie. Misurabilità. Legge e funzione di distribuzione di una variabile aleatoria. Indipendenza. Lemma di Borel–Cantelli 2. Legge 0–1 per variabili aleatorie indipendenti.

**2. Integrazione, valore atteso.** Cenni sulla teoria dell’integrazione. Definizione di integrale. Teorema di convergenza monotona. Aspettazione di variabili aleatorie. Teoremi di passaggio al limite. Disuguaglianza di Jensen. Norme  $L_p$ . Disuguaglianze di Hölder e Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza di Markov. Esempi di legge debole e legge forte dei grandi numeri. Spazi di misura prodotto. Teorema di Fubini. Leggi congiunte.

**3. Attesa condizionata, martingale e teoremi di convergenza.** Attesa condizionata rispetto a una sotto  $\sigma$ -algebra. Teorema di Kolmogorov su esistenza e unicità dell’aspettazione condizionata. Densità di probabilità condizionata. Filtrazioni. Processi stocastici a tempo discreto. Martingale. Gambiling. Tempi d’arresto. Teorema di Doob sullo “optional stopping”. Applicazioni al calcolo del valore atteso di tempi di arresto. Tempi di uscita da un intervallo per passeggiate aleatorie. Teorema di convergenza per martingale limitate in  $L^1$ . Teorema di convergenza per martingale limitate in  $L^2$ . Esempi e problemi con martingale. Legge forte dei grandi numeri di Kolmogorov.

**4. Convergenza in distribuzione e teorema del limite centrale.** Funzioni caratteristiche. Teorema di inversione per funzioni caratteristiche. Convergenza in distribuzione. Teorema di equivalenza tra convergenza in distribuzione e convergenza di funzioni caratteristiche. Teorema del limite centrale. Diversi modi di convergenza per variabili aleatorie. Esempi e controesempi.

**NB** Per maggiori dettagli sul programma e altri aggiornamenti consultare il sito

*[www.mat.uniroma3.it/users/caputo/didattica/cp410/cp410\\_2018.html](http://www.mat.uniroma3.it/users/caputo/didattica/cp410/cp410_2018.html)*

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge University Press, (1991).  
[2] R. DURRETT, *Probability: Theory and Examples*. Thomson, (2000).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] W. FELLER, *An introduction to probability theory and its applications, vol. 1,2*. Wiley, (1971).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO