

CP420 Introduzione ai Processi Stocastici

A.A. 2024/2025

Pietro Caputo, Matteo Quattropani

1. Passeggiate aleatorie e Catene di Markov. Successioni di variabili aleatorie. Passeggiate aleatorie. Catene di Markov a tempo discreto. Misura invariante, time-reversal e reversibilità.

2. Esempi e modelli classici. Passeggiate aleatorie su grafi. Processi di nascita e morte. Processi di esclusione. Metodo Monte Carlo: algoritmi di tipo Metropolis e dinamiche di Glauber per il modello di Ising, colorazioni di un grafo e altri sistemi interagenti.

3. Catene di Markov a tempo continuo. Processo di Poisson. Q -matrici e probabilità di transizione a tempo continuo. Generatore infinitesimale di una catena di Markov a tempo continuo. Costruzione esplicita e rappresentazione grafica.

4. Convergenza all'equilibrio I. Distanza in variazione, tempi di mixing. Teoremi ergodici. Tecniche di accoppiamento. Tempi stazionari forti. Applicazioni al problema del 'coupon collector' e al mescolamento di un mazzo di carte.

5. Convergenza all'equilibrio II. Convergenza in norma L^2 . Gap spettrale e stime dei tempi di rilassamento. Disuguaglianza di Cheeger, conduttanza e metodo dei cammini. Metodo della 'comparazione'. Gap spettrale per il processo di Bernoulli-Laplace e per il processo di esclusione sul toro d -dimensionale. Convergenza all'equilibrio in termini di entropia e disuguaglianze di Sobolev logaritmiche.

6. Altri argomenti scelti. Dinamica di Glauber per il modello di Ising: transizione di fase dinamica per il modello di 'campo medio' e per il modello su reticolo. Il fenomeno del 'cut-off'. Algoritmi per la 'simulazione perfetta'.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. LEVINE, Y. PERES, E. WILMER, *Markov chains and mixing times*. AMS Bookstore, (2009).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] J.R. NORRIS, *Markov chains*. Cambridge University press, (2008).
[3] D. STROOCK, *An introduction to Markov processes*. Springer, (2005).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO