

# CP420 Probabilità 3

A.A. 2013/2014

Prof. Pietro Caputo

## Catene di Markov e convergenza all'equilibrio

- 1. Passeggiate aleatorie e Catene di Markov.** Successioni di variabili aleatorie. Passeggiate aleatorie. Catene di Markov a tempo discreto e tempo continuo. Misura invariante, time-reversal e reversibilità.
- 2. Esempi e modelli classici.** Passeggiate aleatorie su grafi. Processi di nascita e morte. Processi di esclusione. Metodo Monte Carlo: algoritmi di tipo Metropolis e dinamiche di Glauber per il modello di Ising, colorazioni di un grafo e altri sistemi interagenti.
- 3. Convergenza all'equilibrio I.** Distanza in variazione, tempi di mixing. Teoremi ergodici. Tecniche di accoppiamento. Tempi stazionari forti. Applicazioni al problema del 'coupon collector' e al mescolamento di un mazzo di carte.
- 4. Convergenza all'equilibrio II.** Convergenza in norma  $L^2$ . Gap spettrale e stime dei tempi di rilassamento. Disuguaglianza di Cheeger, conduttanza e metodo dei cammini. Metodo della 'comparazione'. Gap spettrale per il processo di esclusione sul toro  $d$ -dimensionale. Convergenza all'equilibrio in termini di entropia e disuguaglianze di Sobolev logaritmiche. Esempi.
- 5. Altri argomenti scelti.** Dinamica di Glauber per il modello di Ising: transizione di fase dinamica per il modello di 'campo medio' e per il modello su  $Z^2$ . Il fenomeno del 'cut-off'. Disuguaglianze di Sobolev logaritmiche e convergenza all'equilibrio. Algoritmi per la 'simulazione perfetta'.

**NB** Per maggiori dettagli consultare il sito

[www.mat.uniroma3.it/users/caputo/didattica/cp420/cp420\\_2013.html](http://www.mat.uniroma3.it/users/caputo/didattica/cp420/cp420_2013.html)

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. LEVINE, Y. PERES, E. WILMER, *Markov chains and mixing times*. AMS Bookstore, (2009).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] J.R. NORRIS, *Markov chains*. Cambridge University press, (2008).  
 [3] D. STROOCK, *An introduction to Markov processes*. Springer, (2005).  
 [4] O. HÄGGSTRÖM, *Finite Markov chains and algorithmic applications*. Cambridge Univ. press, (2002).  
 [5] L. SALOFF-COSTE, *Lectures on finite Markov chains*. Springer Lecture Notes in Math. 1665, (1997).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO