

10. $D : \{\operatorname{Im} z > 0\}$, $D_1 : \{|w| < 1\}$, $w(0) = -i$, $w(2i) = \frac{i}{3}$.
 11. $D : \{\operatorname{Im} z > 0\}$, $D_1 : \{|w| < 1\}$, $w(1+i) = 0$, $\arg w'(1+i) = \pi$.
 12. $D : \{\operatorname{Im} z > 0\}$, $D_1 : \{\operatorname{Im} w > 0\}$, $w(-1) = 0$, $w(0) = 2$, $w(1) = \infty$.
 13. $D : \{\operatorname{Im} z > 0\}$, $D_1 : \{\operatorname{Im} w > 0\}$, $w(-1) = -2$, $w(-2+i) = 1+3i$.
 14. $D : \{\operatorname{Im} z > 0\}$, $D_1 : \{\operatorname{Im} w > 0\}$, $w(1+i) = i$, $\arg w'(1+i) = \frac{\pi}{2}$.
 15. $D : \{|z-1-i| < 2\}$, $D_1 : \{|w| < 1\}$, $w(i) = 0$, $\arg w'(i) = \frac{\pi}{2}$.
 16. $D : \{\operatorname{Re} z > -1\}$, $D_1 : \{|w| < 1\}$, $w(0) = 0$, $\arg w'(0) = \pi$.

35.09. Trouver la forme générale de la représentation conforme des domaines ci-dessous sur la couronne $1 < |w| < R$:

1. $|z-3| > 9$, $|z-8| < 16$. 2. $|z-5| > 4$, $\operatorname{Re} z > 0$.

35.10. Trouver les images des lignes ci-dessous par l'application $w = z^2$:

1. $\arg z = \alpha$ ($-\pi < \alpha \leq \pi$). 2. $\operatorname{Re} z = a$ ($a > 0$).
 3. $\operatorname{Im} z = a$ ($a > 0$). 4. $|z| = \rho$, $|\arg z| < \frac{\pi}{4}$.

35.11. Trouver les images des domaines ci-dessous par l'application $w = z^2$:

1. $\operatorname{Im} z > 0$. 2. $\operatorname{Re} z > 0$. 3. $\pi < \arg z < \frac{3\pi}{2}$.
 4. $|z| < 1$, $\frac{5\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{2}$. 5. $\operatorname{Im} z < -1$.
 6. $\operatorname{Re} z > 1$. 7. $|z| < 2$, $0 < \arg z < \frac{\pi}{2}$.
 8. $|z| > \frac{1}{2}$, $\operatorname{Re} z > 0$.

35.12. Trouver les images des domaines D donnés ci-dessous par l'application de la branche régulière de la fonction $w = \sqrt{z}$ séparée par la valeur de cette dernière au point indiqué :

1. $D : \{\operatorname{Im} z > 0\}$, $\sqrt{z}|_{z=i} = -\frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
 2. $D : \{\operatorname{Re} z > 0\}$, $\sqrt{z}|_{z=1} = 1$.
 3. $D : \{z \notin [0, +\infty)\}$, $\sqrt{z}|_{z=-1} = -i$.
 4. $D : \{z \notin [-\infty, +1]\}$, $\sqrt{z}|_{z=4} = 2$.
 5. $D : \{|z| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$, $\sqrt{z}|_{z=\frac{i}{2}} = \frac{1+i}{2}$.
 6. $D : \left\{|z| > 1, \frac{3\pi}{4} < \arg z < \frac{5\pi}{4}\right\}$, $\sqrt{z}|_{z=-1} = i$.
 7. $D : \{(\operatorname{Im} z)^2 > 2 \operatorname{Re} z + 1\}$, $\sqrt{z}|_{z=-1} = -i$.
 8. $D : \{\operatorname{Im} z > 0, (\operatorname{Im} z)^2 > 4 \operatorname{Re} z + 4\}$, $\sqrt{z}|_{z=-1} = i$.

35.13. Trouver les images des ensembles E indiqués par les applications correspondantes :

1. $E : \left\{\arg z = \frac{\pi}{4}\right\}$, $w = z^3$.
 2. $E : \left\{|z| = 1, \frac{\pi}{8} < \arg z < \frac{\pi}{4}\right\}$, $w = z^4$.
 3. $E : \{|z| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$, $w = z^{3/2}$, $w\left(\frac{i}{2}\right) = \frac{1-i}{4}$.
 4. $E : \{|z| > 4, \operatorname{Re} z > 0\}$, $w = z^{-3/2}$, $w(9) = -\frac{1}{27}$.
 5. $E : \left\{|\arg z| < \frac{\pi}{8}, z \notin [0, 1]\right\}$, $w = z^8$.

35.14. Trouver des fonctions $w(z)$ quelconques réalisant les représentations conformes des domaines donnés sur les fig. 37 à 51 sur le demi-plan $\operatorname{Im} w > 0$.

I 35.15. Trouver la fonction $w(z)$ qui réalise une représentation conforme u domaine

$$y^2 > 4(x+1) \quad (x = \operatorname{Re} z, y = \operatorname{Im} z)$$

sur le disque $|w| < 1$ et qui satisfait aux conditions :

$$w(-4) = 0, \quad \arg w'(-4) = 0.$$

35.16. Trouver la fonction $w(z)$ qui réalise une représentation conforme de l'angle $|\arg z| < \pi/4$ sur le disque $|w| < 1$ et satisfait aux conditions :

$$w(1) = 0, \quad \arg w'(1) = \pi.$$

35.17. Trouver la fonction $w(z)$ qui réalise une représentation conforme du demi-plan $\operatorname{Im} z > 0$ muni d'une coupure suivant le segment $[0, i]$ sur le disque $|w| < 1$ et qui satisfait aux conditions :

$$w\left(\frac{5i}{4}\right) = 0, \quad w(i) = -i.$$

* * *

35.18. Trouver les images des lignes ci-dessous par l'application réalisée par la fonction $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$:

1. $|z| = 1$, $\operatorname{Im} z > 0$. 2. $|z| = 1$, $-\frac{3\pi}{4} < \arg z < -\frac{\pi}{4}$.
 3. $|z| = 2$. 4. $|z| = \frac{1}{2}$. 5. $\arg z = \frac{\pi}{4}$.
 6. $\arg z = \frac{3\pi}{4}$.