

Fig. 92

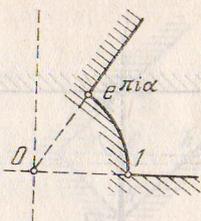


Fig. 93

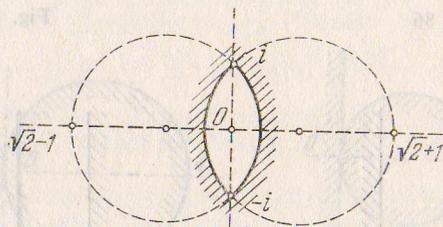


Fig. 94

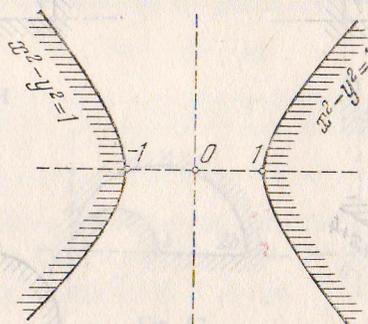


Fig. 95

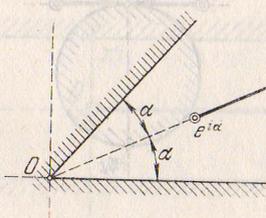


Fig. 96

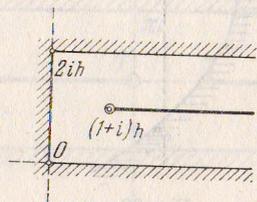


Fig. 97

35.33. Trouver les fonctions $w(z)$ qui réalisent les représentations conformes des domaines D ci-dessous sur le domaine $|w| < 1$ et qui vérifient les conditions $w(\infty) = \infty$, $w'(\infty) > 0$:

1. Domaine D : le plan des z muni d'une coupure suivant l'arc de circonférence $|z + i \operatorname{ctg} \alpha| = \frac{1}{\sin \alpha}$ situé dans le demi-plan supérieur ($0 < \alpha < \pi$).
2. Domaine D : $|z + i \operatorname{ctg} \alpha| < \frac{1}{\sin \alpha}$, $|z - i \operatorname{ctg} \alpha| < \frac{1}{\sin \alpha}$ ($0 < \alpha < \pi$).
3. Domaine D : $|z + i \operatorname{ctg} \alpha| < \frac{1}{\sin \alpha}$, $\operatorname{Im} z > 0$ ($0 < \alpha < \pi$).
4. Domaine D : $|z + i \operatorname{ctg} 2\alpha| < \frac{1}{\sin 2\alpha}$, $|z + i \operatorname{ctg} \alpha| > \frac{1}{\sin \alpha}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$).

35.34. Trouver $w'(\infty)$ pour les fonctions $w(z)$ du problème 35.33.

On appelle *rayon conforme* d'un domaine D par rapport à un point $z_0 \in D$ le rayon du disque $|w| < R$ sur lequel on peut réaliser une représentation conforme du domaine D par une fonction $w(z)$ vérifiant les conditions $w(z_0) = 0$, $w'(z_0) = 1$ si $z_0 \neq \infty$, et la condition $w(z) \sim 1/z$ ($z \rightarrow \infty$) pour $z_0 = \infty$.

35.35. Trouver les rayons conformes des domaines D ci-dessous par rapport aux points z_0 indiqués :

1. D : $|z| < R$; $z_0 = 0$.
2. D : $\operatorname{Im} z > 0$; $z_0 = 0$.
3. D : le disque $|z| < R$ muni de coupures suivant les segments de droite $[re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, $[-re^{i\alpha}, -Re^{i\alpha}]$ ($0 < r < R$); $z_0 = 0$.
4. D : l'extérieur du segment de droite $[a, b]$; $z_0 = \infty$.
5. D : l'extérieur d'un arc de circonférence correspondant à l'angle au centre 2α et ayant pour extrémités les points $z = a$ et $z = b$; $z_0 = \infty$.

RÉPONSES

35.01.

1. La famille de droites $\operatorname{Re} w = 1/C$.
2. La famille de circonférences

$$\left| w + \frac{1+i}{2C} \right| = \frac{1}{C\sqrt{2}}$$

3. La famille de droites $\operatorname{Im} w = -C \operatorname{Re} w$.

35.02.

1. La famille de demi-plans $\operatorname{Re} w > 1/C$.
2. La famille de demi-plans $\operatorname{Re} w < 1/C$.
3. La famille de demi-plans $\operatorname{Im} w < -1/C$.
4. La famille de demi-plans $\operatorname{Im} w < -C \operatorname{Re} w$.
5. La famille de disques

$$\left| w - \frac{|a|^2}{a(|a|^2 - R^2)} \right| < \frac{R}{|a|^2 - R^2}$$

6. La famille de disques

$$\left| w - \frac{|a|^2}{a(|a|^2 - R^2)} \right| > \frac{R}{R^2 - |a|^2}$$