

**Es (Triangoli)** Dati tre punti  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ , definiamo il “triangolo di vertici  $z_j$ ” l’involuppo convesso di  $z_1, z_2, z_3$ , ossia l’insieme

$$T := T(z_1, z_2, z_3) := \{z = t_1 z_1 + t_2 z_2 + t_3 z_3 \mid t_j \geq 0, t_1 + t_2 + t_3 = 1\}.$$

(i) Dimostrare che  $T$  è il più piccolo insieme convesso<sup>1</sup> che contiene  $z_1, z_2$  e  $z_3$ . Dimostrare che  $T$  è chiuso.

(ii) Calcolare  $\text{diam } T := \sup_{z, w \in T} |z - w|$ .

Risposta:  $\text{diam } T = \max_{j, k} |z_j - z_k|$ .

(iii) Calcolare l’area di  $T$ .

Risposta:  $\frac{1}{2} |(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)|$  dove  $z_j = x_j + iy_j$ .

---

<sup>1</sup>Un insieme  $A$  si dice convesso se  $\forall z, w \in A, \{tz + (1-t)w \mid 0 \leq t \leq 1\} \subseteq A$ .