

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Matricola.: \_\_\_\_\_

**Motivare tutte le risposte!****Es 1** [15 pt] Scrivere e dimostrare le formule per l'espansione in fratti parziali di  $f(z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}$ .**Es 2** [15 pt] Scrivere e dimostrare le formule per l'espansione in prodotti infiniti di Weierstrass di  $f(z) = \cos \pi z$ .**Es 3** [10 pt] Sviluppare in serie di Laurent la funzione  $f(z) = z^3 e^{1/z}$  nella corona  $\{0 < |z| < +\infty\}$ .**Es 4** [30 pt] (i) Determinare la mappa di Möbius  $f(z)$  tale che  $f(i) = 0$ ,  $f(\infty) = 1$ ,  $f(-i) = \infty$ .(ii) Trovare l'immagine del semipiano  $\{\operatorname{Re} z < 1\}$  della mappa  $f(z) = \frac{4z}{z+1}$ .(iii) Determinare una mappa conforme del semidisco  $A = \{|z| < 1, \operatorname{Re} z > 0\}$  sulla semistriscia  $B = \{0 < \operatorname{Im} w < \pi, \operatorname{Re} w < 0\}$ .**Es 5** [15 pt] Determinare l'immagine di  $A = \{|z| > 2\}$  tramite l'applicazione  $w(z) = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ .**Es 6\*** [15 pt] Determinare una mappa conforme di  $A = \{|z - 1| < \sqrt{2}\} \cap \{|z + 1| < \sqrt{2}\}$  sul semipiano  $\{\operatorname{Im} w > 0\}$ .**Risposte**

**3)**  $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{z^n}{(3-n)!} + \frac{1}{6} + \frac{z}{2} + z^2 + z^3$ .

**4) (i)**  $f(z) = \frac{z-i}{z+i}$ .

(ii)  $\{w \in \mathbb{C} : |w-3| > 1\}$

(iii)  $f(z) = \log(iz)$  ( $\log x > 0$  se  $x > 0$ ).

**5)** L'esterno dell'ellisse di semiassi  $5/4$  e  $3/4$ .

**6)**  $f(z) = i \left( \frac{z+i}{z-i} \right)^2$ .