

TEOREMA 1. Una funzione olomorfa in un aperto convesso Ω ha una primitiva in Ω .

Dim. Fissiamo un punto $z_0 \in \Omega$.

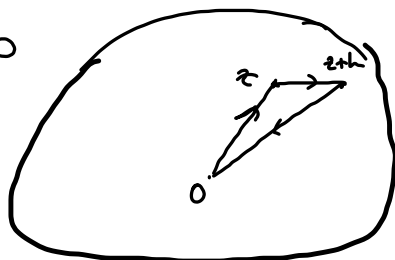
$\forall z \in \Omega$, definiamo $F(z) := \int_{[z_0, z]} f(w) dw$.

Dal Teorema di Goursat, $\forall z, z+h \in \Omega$,

$$\int_{[z, z+h]} f + \int_{[z+h, z_0]} f + \int_{[z_0, z]} f = 0$$

$$-F(z+h) + F(z) = - \int_{[z, z+h]} f$$

cioè $F(z+h) - F(z) = \int_{[z, z+h]} f$.

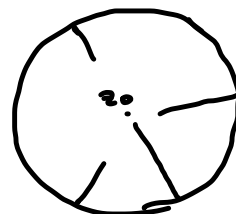


e per l'Es. 1 di p. 23 bis $\frac{1}{h} \int_{[z, z+h]} f \xrightarrow{h \rightarrow 0} f(z)$. ■

Il teorema si estende facilmente a Ω stellato.

(Ω è stellato a $\exists z_0$ t.c. $\forall z \in \Omega, [z_0, z] \subseteq \Omega$)

Esempio un disco meno un numero finito di segmenti perpendicolari al bordo di lunghezza $< r$.



Dim. Definiamo $F(z) := \int_{[z_0, z]} f$ e fissiamo

$z \in \Omega$. Essendo Ω aperto $\exists \delta > 0$ $D_\delta(z) \subseteq \Omega$ e $\forall w \in D_\delta(z)$ $[z_0, w] \subseteq \Omega$ e quindi si può ripetere l'argomento del Teo 1. ■

Corollario Il teorema di Cauchy vale in

domini stellati.