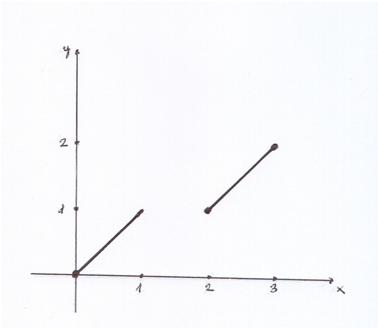

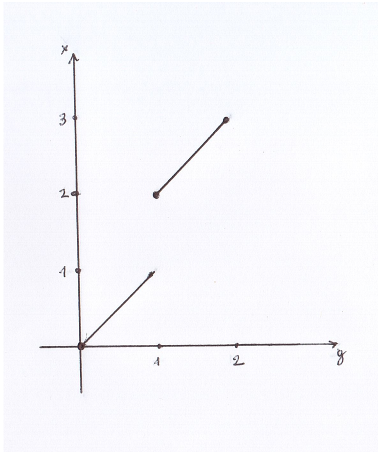

Esercizio 4.3 Dimostrare che la funzione inversa di una funzione strettamente crescente [decrescente] è strettamente crescente [decrescente].

Osservazione 4.13 Un corollario importante del Teorema 4.11 è *la continuità delle funzioni trigonometriche inverse sul loro dominio di definizione*

Esercizio 4.4 Sia $J = [0, +\infty)$ e $\varphi : x \in J \mapsto \varphi(x) := e^{-x} + x \operatorname{sen}^2 x$. Dimostrare che:
(i) φ è continua su J
(ii) $\varphi(x) > 0$, $\forall\, x \in J$
(iii) $\inf_J \varphi = 0$, $\sup_J \varphi = +\infty$
(iv) $\varphi(J) = (0, +\infty)$.

Esercizio 4.5 Sia $I_0 := [0, 1]$, $I_1 := (0, 1)$, $I_2 = [0, 1)$, $I_3 := [0, +\infty)$, $I_4 := (0, +\infty)$.
Dimostrare che per ogni $1 \le k \le 4$ e per ogni $0 \le j \le 4$ esiste una funzione continua f_{kj} da I_k su I_j (ossia $f_{kj} : I_k \to I_j$ con $f_{kj}(I_k) = I_j$) e che per $k = 0$ è possibile trovare una funzione continua solo da I_0 su I_0 ma non su I_j con $j > 0$.
Suggerimento: trovare $\varphi_k : I_k \overset{\text{su}}{\to} I_{k+1}$per $1 \le k \le 6$, con $I_5 := I_1$ e $I_6 := I_0$ (si noti che $\varphi_3 = \varphi$ dell'Es 4.4).