Osservazione 9.7 Il limite che definisce il numero di Nepero è della forma $\lim(a_n)^{b_n}$ con $a_n \to 1$ e $b_n \to +\infty$. In generale tale forma (a volte indicata con "1^∞") è "indeterminata" e il limite può assumere qualunque valore tra 0 e $+\infty$ (inclusi) o non esistere. Ad esempio:

$$\text{(i)} \quad \lim \Big(1 + \frac{1}{n}\Big)^{n^2} = +\infty \ , \qquad \text{(ii)} \quad \lim \Big(1 - \frac{1}{n}\Big)^{n^2} = 0 \ ,$$
$$\text{(iii)} \quad \lim \Big(1 - \frac{1}{n^2}\Big)^{n} = 1 \ , \qquad \text{(iv)} \quad \lim \Big(1 + \frac{(-1)^n}{n}\Big)^{n^2} \ \text{non esiste.}$$

Esercizio 9.2 Dimostrare i limiti (i)÷(iv) nell' Osservazione 9.7.

[Suggerimenti: (i): Si usi la disuguaglianza di Bernoulli.

(ii): $\Big(1 - \frac{1}{n}\Big)^{n^2} = 1/\Big(1 + \frac{1}{n-1}\Big)^{n^2} < 1/\Big(1 + \frac{1}{n}\Big)^{n^2}$ e si usi (i).

(iii): $1 > \Big(1 - \frac{1}{n^2}\Big)^{n}$ e si usi la disuguaglianza diBernoulli.

(iv): si usino il Corollario 9.3, (i) e (ii).]