APPELLO A − *AM110 – CL Matematica (AA 2017/18 – L. Chierchia). 16/1/2018*

NOME:__________ **COGNOME:**__________ **MATRICOLA:**__________

VALUTAZIONE:

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Es 6	Es 7	Es 8	Es 9	Es 10	Es 11

- *Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.*
- *È* **vietato***: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti;* <u>*l'uso del cellulare*</u>*, calcolatrici, etc.*
- **Risposte senza giustificazioni non danno punteggio**.

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni (20 punti)

Es 1 [Pt. 5] Enunciare il teorema dell'esistenza degli zeri per funzioni continue e illustrarlo con esempi e controesempi (nel caso non tutte le ipotesi siano soddisfatte).

Es 2 [Pt. 5] Discutere l'assioma di completezza (ES) ed illustrarlo con esempi e controesempi (nel caso non tutte le ipotesi siano soddisfatte).

Es 3 [Pt. 5] Dare la definizione di insieme compatto per successioni ed enunciare il teorema di caratterizzazione. Dare esempi di insiemi compatti e non compatti.

Es 4 [Pt. 5] Discutere due criteri di convergenza per serie.

Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (60 punti)

Es 5 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x\to 0} \dfrac{\log_a(x+2)-\log_a 2}{x}$.

Es 6 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{n\to\infty} n\Big(\sqrt{\cos 1/n} - e^{1/n}\Big)$.

Es 7 [Pt. 12] Studiare la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\sqrt{n}}}{2^n}$.

Es 8 [Pt. 10] Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della seguente serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x^2)^{nx}}{n!}$.

Es 9 [Pt. 10] Dire se funzione $f(x) = \dfrac{1}{1-\log|\cos x|}$ è continua su $\mathbb{R}$ o se può essere resa continua assegnando o cambiando opportunamente il suo valore in qualche punto.

Es 10 [Pt. 10] Discutere il minimo e massimo limite della successione $\dfrac{n+1}{n} \operatorname{sen} \dfrac{n\pi}{10}$.

Parte 3. Esercizio originale (20 punti)

Es 11 Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia data una funzione continua $f_n : \mathbb{R} \to [-1,1]$. (i) Dimostrare che la serie $f(x) := \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)/2^n$ converge assolutamente per ogni $x \in \mathbb{R}$. (ii) Dimostrare che $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N \in \mathbb{N}$, tale che $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{N} f_n(x)/2^n + R_N(x)$ con $|R_N(x)| < \varepsilon$. (iii) Dimostrare che f è continua su $\mathbb{R}$. (iv) Discutere l'uniforme continuità di f su $\mathbb{R}$.