APPELLO B – *AM110 – CL Matematica (AA 2017/18 – L. Chierchia). 12/2/2018*

NOME:________________ **COGNOME:**____________________ **MATRICOLA:**________________

VALUTAZIONE:

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Es 6	Es 7	Es 8	Es 9	Es 10	Es 11

- *Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.*
- *È* **vietato***: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti;* <u>*l'uso del cellulare*</u>*, calcolatrici, etc.*
- **Risposte senza giustificazioni non danno punteggio**.

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni (20 punti)

Es 1 [Pt. 5] Discutere la proprietà archimedea.

Es 2 [Pt. 5] Discutere somma e serie geometrica.

Es 3 [Pt. 5] Dare la definizione di interno, chiusura, frontiera insiemistica. Enunciare il teorema di caratterizzazione di insiemi chiusi tramite successioni.

Es 4 [Pt. 5] Discutere il teorema dei valori intermedi per funzioni continue.

Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (60 punti)

Es 5 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x \operatorname{sen}(e^{-x}\operatorname{sen} x)}{x}$.

Es 6 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{n\to\infty} (n^2+\sqrt{n}) \log\cos\frac{1}{n}$.

Es 7 [Pt. 10] Studiare la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^3}$.

Es 8 [Pt. 12] Discutere, al variare di $x\in\mathbb{R}$, la convergenza della seguente serie: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-x^n}{1+x^{2n}}$.

Es 9 [Pt. 10] Trovare i punti di discontinuità (se ve ne sono) della funzione $f : x \in \mathbb{R} \mapsto f(x) = x[x]$ e dire di quali discontinuità si tratta.

Es 10 [Pt. 10] Discutere il minimo e massimo limite della successione $\frac{n!}{n^{10}}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{10}$.

Parte 3. Esercizio originale (20 punti)

Es 11 (i) Dimostrare che la serie $f(x) := \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}(x^n n!)}{2^n}$ converge assolutamente per ogni $x\in\mathbb{R}$. (ii) Sia $R_N(x) := \sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}(x^n n!)}{2^n}$ la "coda di ordine N di f". Trovare una successione $c_N\to 0$ tale che $|R_N|\le c_N$ per ogni x. (iii) Dimostrare che f è continua su $\mathbb{R}$. (iv) Discutere l'uniforme continuità di f su $\mathbb{R}$.