

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

VALUTAZIONE:

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Es 6	Es 7	Es 8	Es 9	Es 10	Es 11

- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È vietato: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.
- Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

**Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni (20 punti)**

- Es 1 [Pt. 5]** Dare la definizione di estremo inferiore e discuterne una caratterizzazione.
- Es 2 [Pt. 5]** Enunciare e dimostrare la disuguaglianza di Bernoulli.
- Es 3 [Pt. 5]** Dare la definizione di limite laterale includendo esempi e controesempi.
- Es 4 [Pt. 5]** Dare la definizione di insieme compatto. Dare un esempio di insieme compatto che non sia unione finita di intervalli chiusi. Un insieme con infiniti punti isolati può essere compatto?

**Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (60 punti)**

**Es 5 [Pt. 10]** Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + x^2 - 1}{x}$ .

**Es 6 [Pt. 8]** Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{1}{n}\right)^{n+\sqrt{n}}$ .

**Es 7 [Pt. 10]** Studiare la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\sqrt{n}}}{2^n}$ .

**Es 8 [Pt. 12]** Discutere, al variare di  $x \geq 0$  e  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha x^{\sqrt{n}}$ .

**Es 9 [Pt. 10]** Discutere la continuità delle funzioni  $\sin(\pi\{x\})$  e  $\cos(\pi\{x\})$ .

**Es 10 [Pt. 10]** Discutere il minimo e massimo limite della successione  $\arctan(-2)^n$ .

**Parte 3. Esercizio da 20 punti**

- Es 11** Studiare la successione definita per ricorrenza  $a_0 = \alpha > 0$ ,  $a_{n+1} = a_n/(1 + a_n)$ , al variare di  $\alpha$ .