

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

VALUTAZIONE:

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Es 6	Es 7	Es 8	Es 9	Es 10	Es 11

- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È vietato: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.
- Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni (24 punti)

- Es 1 [Pt. 6]** Discutere la densità dei razionali in \mathbb{R} .
- Es 2 [Pt. 6]** Definire il coefficiente binomiale e discuterne le proprietà fondamentali.
- Es 3 [Pt. 6]** Dare la definizione di limite e dimostrare che se il limite esiste è unico.
- Es 4 [Pt. 6]** Dare la definizione di derivato di un insieme. Qual è la relazione tra derivato e frontiera?

Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (60 punti)

Es 5 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$.

Es 6 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n})^n - 3^n$.

Es 7 [Pt. 10] Studiare la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+2^n)}{n^2+2^n}$.

Es 8 [Pt. 12] Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x + \operatorname{sen} \frac{x}{n}}{n^x}$.

Es 9 [Pt. 10] Discutere la uniforme continuità della funzione $\arctan 1/x$ su $(0, 1)$ e su $(1, +\infty)$.

Es 10 [Pt. 10] Discutere il minimo e massimo limite della successione $\sqrt[n]{(-1)^n n}$.

Parte 3. Esercizio da 16 punti

Es 11 Studiare la successione definita per ricorrenza $a_1 = \alpha > 0$, $a_{n+1} = \frac{n+1}{n} a_n$, al variare di α .