Dimostrazione alternativa del Corollario 1.38
Se $n = 1$ il risultato è ovviamente vero. Supponiamo $n \geq 2$, allora

$$\begin{aligned}
(a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k}\cdot b^k &= \sum_{k=0}^{n-1} a\cdot a^{n-1-k}\cdot b^k - \sum_{k=0}^{n-1} b\cdot a^{n-1-k}\cdot b^k \\
&= \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k}\cdot b^k - \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-(k+1)}\cdot b^{k+1} \\
&= \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k}\cdot b^k - \sum_{j=1}^{n} a^{n-j}\cdot b^j = \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k}\cdot b^k - \sum_{k=1}^{n} a^{n-k}\cdot b^k \\
&= a^n + \sum_{k=1}^{n-1} a^{n-k}\cdot b^k - \sum_{k=1}^{n-1} a^{n-k}\cdot b^k - b^n \\
&= a^n - b^n\,. \quad \blacksquare
\end{aligned}$$