

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

| VALUTAZIONE: | es 1 [5] | es 2 [5] | es 3 [5] | es 4 [5] | es 5 [8] | es 6 [10] | es 7 [12] | es 8 [10] | es 9 [14] | es 10 [16] | es 11 [10] | es 12 | totale |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|-------|--------|
| | | | | | | | | | | | | | |

- Riportare qui sopra i dati richiesti. Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.
- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È VIETATO: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...
- È NECESSARIO totalizzare almeno 10 punti nei primi 5 esercizi.
- **MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE:** Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Parte 1. Definizioni, semplici dimostrazioni (pt. 20)

- Es 1 [Pt. 5]** Discutere somma e serie geometrica.
- Es 2 [Pt. 5]** Dare la definizione di limite in \mathbb{R}^* e dimostrarne l'unicità.
- Es 3 [Pt. 5]** Enunciare il teorema dei valori intermedi per funzioni continue e usarlo per dare una definizione della radice ennesima di un numero positivo.
- Es 4 [Pt. 5]** (i) Dare la definizione di un insieme compatto di \mathbb{R} .
 (ii) Dare un esempio di un insieme compatto che non sia unione finita di intervalli chiusi.

Parte 2. Esercizi vari (80 punti)

- Es 5 [Pt. 8]** Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(3 + \sin x)}{x}$.
- Es 6 [Pt. 10]** Calcolare il $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\tan \pi x}{x + 2}$.
- Es 7 [Pt. 12]** Dato $a > 0$, trovare N tale che $n^2 - n \sin n > a$, per ogni $n \geq N$.
- Es 8 [Pt. 10]** Calcolare $\limsup a_n$ e $\liminf a_n$ con $a_n = \{n/2\}$ ($\{x\}$ = parte frazionaria di x)
- Es 9 [Pt. 14]** Sia $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \min\{\exp(-x^2), |x|\}$.
 (i) Dire se f è continua su \mathbb{R} . (ii) Se f non è continua, descriverne le discontinuità, se f continua, discuterne l'uniforme continuità.
- Es 10 [Pt. 16]** Studiare la convergenza, al variare di x , della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x^n}}{1 + x^n}$.
- Es 11 [Pt. 10]** Sia $A = \left\{ x = \frac{t+1}{t-2} \text{ tale che } t > 2 \right\}$.
 (i) Determinare $\sup A$, $\inf A$. (ii) A è aperto? (iii) A è un intervallo?

Esercizio facoltativo: svolgerlo solo dopo aver svolto tutti gli esercizi precedenti

- Es 12** Sia $p(x) = -x^5 + x + 1$. Trovare x_0 tale $|p(x_0)| < 0,25$.