

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

VALUTAZIONE:	es 1 [5]	es 2 [5]	es 3 [5]	es 4 [5]	es 5 [8]	es 6 [10]	es 7 [12]	es 8 [10]	es 9 [14]	es 10 [16]	es 11 [10]	es 12	totale

- Riportare qui sopra i dati richiesti. Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.
- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È VIETATO: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...
- È NECESSARIO totalizzare almeno 10 punti nei primi 5 esercizi.
- MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE: Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Parte 1. Definizioni, semplici dimostrazioni (pt. 20)

Es 1 [Pt. 5] Enunciare l'assioma di completezza di Dedekind, dare la definizione di estremo superiore e dimostrare che un sottoinsieme di \mathbb{R} non vuoto e limitato superiormente ammette estremo superiore in \mathbb{R} .

Es 2 [Pt. 5] Definire punti interni, isolati, di accumulazione e dimostrare che un punto interno non è isolato.

Es 3 [Pt. 5] Discutere il teorema di Bolzano–Weierstrass.

Es 4 [Pt. 5] Dare la definizione di insieme compatto e dimostrare che se E non è limitato allora non è compatto.

Parte 2. Esercizi vari (80 punti)

Es 5 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$.

Es 6 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$.

Es 7 [Pt. 12] Dato $\varepsilon > 0$, trovare N tale che $\left| \frac{n \operatorname{sen} n!}{n^2 + 1} \right| < \varepsilon$, per ogni $n \geq N$.

Es 8 [Pt. 10] Calcolare $\limsup s_n$ e $\liminf s_n$ con $s_n := \sum_{k=0}^n (-1)^k$.

Es 9 [Pt. 14] Sia $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \max\{1 - x^2, |x|\}$.

(i) Dire se f è continua su \mathbb{R} . (ii) Se f non è continua, descriverne le discontinuità, se f continua, discuterne l'uniforme continuità.

Es 10 [Pt. 16] Studiare la convergenza, al variare di x , della serie $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{sen} \frac{x}{3^n}$.

Es 11 [Pt. 10] Sia $f(x) = \operatorname{sen} x$ e $A = f^{-1}([1/\sqrt{2}, 1])$.

(i) Determinare $\sup A$, $\inf A$. (ii) A è aperto o chiuso? (iii) Determinare la frontiera di A .

Esercizio facoltativo: svolgerlo solo dopo aver svolto tutti gli esercizi precedenti

Es 12 Sia $p(x) = -x^5 + x + 1$. Trovare x_0 tale $|p(x_0)| < 1/4$.