APPELLO C – *AM110 – CL Matematica (AA 2018/19 – L. Chierchia). 26/6/2019*

NOME:________________ **COGNOME:**________________ **MATRICOLA:**________________

VALUTAZIONE:	es 1 [5]	es 2 [5]	es 3 [5]	es 4 [5]	es 5 [8]	es 6 [10]	es 7 [12]	es 8 [10]	es 9 [14]	es 10 [16]	es 11 [10]	es 12	totale

- *Riportare qui sopra i dati richiesti.* **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**
- *Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.*
- *È* **VIETATO***: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...*
- **È NECESSARIO totalizzare almeno 10 punti nei primi 5 esercizi**.
- **MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE: Risposte senza giustificazioni non danno punteggio**.

Parte 1. Definizioni, semplici dimostrazioni (pt. 20)

Es 1 [Pt. 5] Dare la definizione di insieme induttivo. Definire $\mathbb{N}$. Dare un esempio di insieme induttivo diverso da $\mathbb{R}$ e $\mathbb{N}$.

Es 2 [Pt. 5] Definire punti interni, isolati, di accumulazione e dimostrare che un punto isolato non è interno.

Es 3 [Pt. 5] Discutere il teorema di esistenza degli zeri per funzioni continue.

Es 4 [Pt. 5] Dare la definizione di funzione uniformemente continua. Dare un esempio di funzione continua ma non uniformemente continua. Enunciare il teorema di Heine-Cantor.

Parte 2. Esercizi vari (80 punti)

Es 5 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x}+\cos x)\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Es 6 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x\to 0}\frac{\log\cos x}{x^2}$.

Es 7 [Pt. 12] Dato $\varepsilon>0$, trovare N tale che $\left|\frac{1}{2n^2+\mathrm{sen}\,n}\right|<\varepsilon$, per ogni $n\geq N$.

Es 8 [Pt. 10] Calcolare $\limsup s_n$ e $\liminf s_n$ con $s_n := e^{\cos(n^2\pi)}$.

Es 9 [Pt. 14] Sia $f: x\in\mathbb{R}\mapsto \max\{1-x^2\ ,\ -|x|\}$.
(i) Dire se f è continua su $\mathbb{R}$. (ii) Se f non è continua, descriverne le discontinuità, se f continua, discuterne l'uniforme continuità.

Es 10 [Pt. 16] Studiare la convergenza, al variare di x, della serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2+x^n}$.

Es 11 [Pt. 10] Sia $f(x)=\tan x$ e $A=f^{-1}\big([1,2]\big)$.
(i) Determinare $\sup A$, $\inf A$. (ii) A è aperto o chiuso? Se è chiuso, è compatto? (iii) Determinare la frontiera di A.

Esercizio facoltativo: svolgerlo solo dopo aver svolto tutti gli esercizi precedenti

Es 12 Discutere continuità e uniforme continuità della funzione definita dalla serie dell'Es 10.