

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

VALUTAZIONE:	es 1 [5]	es 2 [5]	es 3 [5]	es 4 [5]	es 5 [8]	es 6 [10]	es 7 [12]	es 8 [10]	es 9 [14]	es 10 [16]	es 11 [10]	es 12	totale

- Riportare qui sopra i dati richiesti. **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**
- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È **VIETATO**: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...
- È **NECESSARIO** totalizzare almeno 10 punti nei primi 5 esercizi.
- **MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE**: Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Parte 1. Definizioni, semplici dimostrazioni (pt. 20)

- Es 1 [Pt. 5] Dare la definizione di \mathbb{N} e dimostrare che se $1 < x < 2$, allora $x \notin \mathbb{N}$.
- Es 2 [Pt. 5] Dare la definizione di intorno di un elemento di \mathbb{R}^* . Dare la definizione di frontiera di un insieme. Fare un esempio la cui frontiera sia $[0, 1]$.
- Es 3 [Pt. 5] Discutere il teorema di permanenza del segno per funzioni continue.
- Es 4 [Pt. 5] Enunciare e dimostrare il teorema di Weierstrass per funzioni continue.

Parte 2. Esercizi vari (80 punti)

- Es 5 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} \log \frac{n+2}{n+1}$.
- Es 6 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi + 4x)}{x}$.
- Es 7 [Pt. 12] Dato $M > 0$, trovare N tale che $\frac{n}{1 + \sqrt{n}} > M$, per ogni $n \geq N$.
- Es 8 [Pt. 10] Discutere la continuità e le eventuali discontinuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- Es 9 [Pt. 14] Discutere la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)$.
- Es 10 [Pt. 16] Studiare la convergenza, al variare di x , della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{nx}}{n!}$.
- Es 11 [Pt. 10] È possibile trovare una funzione continua e suriettiva $f : [0, 1] \mapsto (0, 1)$? Se la risposta è sì, darne un esempio; se la risposta è no, darne la dimostrazione.

Esercizio facoltativo: svolgerlo solo dopo aver svolto tutti gli esercizi precedenti

- Es 12 Discutere l'uniforme continuità di $f : x \in \mathbb{R} \mapsto f(x) = \arctan e^x$.