

Programma del corso AM110 AA 2019/20 (L. Chierchia)

PARTE 1: Il sistema dei numeri reali e suoi principali sottoinsiemi

- Insiemi, relazioni e funzioni.
- Assiomi dei numeri reali.
- Proprietà elementari dei campi ordinati.
- Insiemi e funzioni simmetriche. Valore assoluto e distanza.
- I numeri naturali. Sottrazione in \mathbf{N} ; principio del buon ordinamento e sue conseguenze.
- Successioni e teorema di ricorsione (dimostrazione facoltativa). Definizione ricorsiva di somme, prodotti e potenze.
- Potenze ennesime, somma geometrica e formula per $a^n - b^n$. Binomio di Newton.
- Insiemi finiti e infiniti.
- Numeri razionali. I razionali sono numerabili. Lemma di Gauss.
- Estremo superiore e inferiore. Conseguenze elementari dell'assioma di completezza sui numeri interi.
- Radici ennesime. Potenze con esponente razionale.
- Funzioni monotone.

PARTE 2: Teoria dei limiti

- Il sistema reale esteso \mathbf{R}^* . Intervalli e intorno.
- Punti interni, isolati, di accumulazione. Definizione generale di limite. Unicità del limite.
- Teorema della permanenza del segno. Teoremi di confronto.
- Limiti laterali e funzioni monotone.
- Algebra dei limiti finiti. Algebra dei limiti estesa.
- Alcuni limiti notevoli di successioni.
- Il numero di Nepero.
- Teorema ponte e caratterizzazione del sup/inf tramite successioni.
- Continuità: considerazioni generali; teorema di esistenza degli zeri. Teorema dei valori intermedi.
- Classificazione delle discontinuità.
- Limiti per funzioni composte.
- Limiti per funzioni inverse.
- *Una funzione continua e strettamente monotona su un intervallo ha*

inversa continua.

- Logaritmi.
- Limiti notevoli (esponenziali e logaritmi).

PARTE 3: Serie

- Serie numeriche: Proprietà elementari delle serie. Criteri del confronto.
- Cenni sull'espansione decimale.
- Criteri di convergenza per serie a termini positivi
- Criteri per serie a termini reali (Abel-Dirichlet, Leibniz).
- Serie esponenziale. Irrazionalità di e . Velocità di divergenza della serie armonica.
- Proprietà delle funzioni trigonometriche (in particolare dimostrazione del teorema di addizione del coseno).
- Funzioni periodiche. Proprietà di monotonia delle funzioni trigonometriche.
- Funzioni trigonometriche inverse.