**APPELLO A** – *AM110 – CL Matematica (AA 2019/20 – L. Chierchia). 28/1/2020*

**NOME:**____________________ **COGNOME:**____________________ **MATRICOLA:**____________________

**VALUTAZIONE:**

| Es 1 [8] | Es 2 [8] | Es 3 [8] | Es 4 [12] | Es 5 [16] | Es 6 [10] | Es 7 [14] | Es 8 [12] | Es 9 [12] | totale |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

*Riportare qui sopra i dati richiesti.* **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**
*Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.*
È **VIETATO**: *parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...*
**È NECESSARIO totalizzare almeno 26 punti nei primi 5 esercizi**.
**MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE**: *Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.*
**Attenzione:** *negli esercizi sulle serie in cui appare un parametro $x$, specificare il dominio di definizione $A$ della serie e discutere la convergenza della serie al variare di $x \in A$.*

---

## Parte 1 (pt. 52)

**Es 1 [Pt. 8]** Dare la definizione di $\log x$ e dimostrare che $\log(xy) = \log x + \log y$ (specificando dove variano $x$ e $y$).

**Es 2 [Pt. 8]** Dare la definizione di convergenza di una serie numerica e dimostrare che se $\sum a_n$ e $\sum b_n$ convergono, allora $\sum(a_n - 2b_n)$ converge.

**Es 3 [Pt. 8]** Dare la formula per $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} x^k$ con $x \in \mathbb{R}$ e discuterne il limite per $n \to +\infty$.

**Es 4 [Pt. 12]** Studiare i limiti: (i) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2^n + 3^{2n} + e^n}$; (ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(\pi + 4x)}{x}$.

**Es 5 [Pt. 16]** Discutere la convergenza delle seguenti serie: (i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{\sqrt{n}}}{\log(n^n + 2^n)}$; (ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{n}$.

## Parte 2 (48 punti)

**Es 6 [Pt. 10]** Studiare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x} - \sqrt{1-x}}{\operatorname{sen} x}$.

**Es 7 [Pt. 14]** Studiare, al variare di $A > 0$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{A^{\sqrt{n}}}{n^\alpha}$.

**Es 8 [Pt. 12]** Discutere la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(nx)}{1 + n^2 x^{2n}}$.

**Es 9 [Pt. 12]** Discutere la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^e x^{\sqrt{n}}$.

---

**Risposte**: **Es 4:** (i): 9; (ii): $-4$. **Es 5:** (i): converge; (ii) Il dominio di definizione è $\mathbb{R}$. La serie converge in $[-1, 1)$, diverge per $x \geq 1$, non converge per $x < -1$. **Es 6:** $5/2$. **Es 7:** il limite è 0, se $0 < A < 1$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ o se $A = 1$ e $\alpha > 0$; il limite è $+\infty$, se $A > 1$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ o $A = 1$ e $\alpha < 0$; il limite è 1 se $A = 1$ e $\alpha = 0$. **Es 8:** Il dominio di definizione è $\mathbb{R}_+$. La serie converge per $x \geq 1$, diverge per $x \in (0, 1)$. **Es 9:** Il dominio di definizione è $[0, +\infty)$. La serie converge per $0 \leq x < 1$ e diverge altrimenti.