

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

VALUTAZIONE:

Es 1 [8]	Es 2 [8]	Es 3 [8]	Es 4 [10]	Es 5 [18]	Es 6 [10]	Es 7 [14]	Es 8 [12]	Es 9 [12]	totale

Riportare qui sopra i dati richiesti. **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**

Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.

È **VIETATO**: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...

È **NECESSARIO** totalizzare almeno **26 punti nei primi 5 esercizi.**

MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE: Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Attenzione: negli esercizi sulle serie in cui appare un parametro x , specificare il dominio di definizione A della serie e discutere la convergenza della serie al variare di $x \in A$.

Parte 1 (pt. 52)

Es 1 [Pt. 8] Enunciare il 16° assioma dei numeri reali; dare la definizione di estremo superiore e dimostrare che il 16° assioma è equivalente all'esistenza dell'estremo superiore per insiemi non vuoti limitati superiormente.

Es 2 [Pt. 8] Dare la definizione di convergenza di una serie numerica e dimostrare che se $\sum a_n$ converge allora $\lim a_n = 0$.

Es 3 [Pt. 8] (i) Completare la formula, valida per ogni $n \in \mathbb{N}$, $a^n - b^n = (a - b) \cdot (\dots)$.

(i) Dimostrare che se $a, b > 0$ e $n \in \mathbb{N}$ allora $a^n > b^n$ se e solo se $a > b$.

Es 4 [Pt. 10] Studiare i limiti: (i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n \sin n}{1 + n^2 + n}$; (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tanh 3x}$.

Es 5 [Pt. 18] Discutere la convergenza delle seguenti serie: (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1 + 2^n)}{n^\pi}$; (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n - \sqrt{n}}$.

Parte 2 (48 punti)

Es 6 [Pt. 10] Studiare i limiti laterali per $x \rightarrow 0$ di $f(x) := \frac{1 + 2^{1/x}}{3 + 2^{1/x}}$.

Es 7 [Pt. 14] Studiare, al variare di $A > 0$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{A^{\sqrt{n}}}{n^\alpha}$.

Es 8 [Pt. 12] Discutere la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - x^n}{1 + x^{2n}}$.

Es 9 [Pt. 12] Discutere la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^{100} x^{\sqrt{n}}$.