APPELLO X – *AM110 – CL Matematica (AA 2019/20 – L. Chierchia). 7/9/2020*

NOME:________________ **COGNOME:**________________ **MATRICOLA:**________________

VALUTAZIONE:

Es 1 [9]	Es 2 [9]	Es 3 [9]	Es 4 [9]	Es 5 [9]	Es 6 [10]	Es 7 [10]	Es 8 [15]	Es 9 [20]	totale

Riportare qui sopra i dati richiesti. **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**
Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
È **VIETATO**: *parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...*
È NECESSARIO totalizzare almeno 30 punti nei primi 6 esercizi.
MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE: *Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.*

Parte 1 (pt. 55)

Es 1 [Pt. 9] Enunciare l'assioma di completezza dei numeri reali e dare la definizione completa di estremo inferiore. Dimostrare che se $\varnothing \neq A \subset \mathbb{R}$ e A è limitato inferiormente, allora esiste l'estremo inferiore di A.

Es 2 [Pt. 9] Dare la definizione di convergenza di una serie numerica e dimostrare che se $\lim a_n = 1/2$, allora $\sum a_n$ non converge.

Es 3 [Pt. 9] Enunciare e dimostrare la disuguaglianza di Bernoulli. Darne un'applicazione.

Es 4 [Pt. 9] Studiare il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{2^{\sqrt{n}} + \operatorname{sen} n^4}{n^4}$.

Es 5 [Pt. 9] Studiare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x + \operatorname{sen} 2x}{\log(1+3x)}$.

Es 6 [Pt. 10] Discutere la convergenza della serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^{\sqrt{2}}}$.

Parte 2 (45 punti)

Es 7 [Pt. 10] Studiare i limiti laterali per $x \to 0$ di $f(x) := \dfrac{1 + 2^{-1/x}}{1 + 2^{1/x}}$.

Es 8 [Pt. 15] Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{n!}$.

Es 9 [Pt. 20] Discutere, al variare di $x \in [0, +\infty)$, la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n \log\left(\cos \frac{1}{n^x}\right)$.

Risposte

Es 4: $+\infty$.
Es 5: 1.
Es 6: converge (criterio di condensazione).
Es 7: $\lim_{x\to 0+} f(x) = 0$; $\lim_{x\to 0-} f(x) = +\infty$.
Es 8: converge assolutamente per $|x| \le 1$, diverge per $x > 1$, non converge per $x < -1$.
Es 9: converge per $x > 1$, diverge per $x \in [0, 1]$.