(16/10/19)

Esercizio Dimostrare le seguenti affermazioni.

(i) Un sottoinsieme finito di $\mathbb{N}$ ha massimo.

(iii) $\mathbb{N}$ è infinito.

(iii) Sia $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ e $j \in \mathbb{F}_n$. Allora, $\mathbb{F}_n \backslash \{j\} \cong \mathbb{F}_{n-1}$.

(iiv) Sia $n \in \mathbb{N}$ e $f : \mathbb{F}_n \to \mathbb{F}_{n+1}$. Allora, f non può essere suriettiva.

(v) Siano $n < m$ numeri naturali e $f : \mathbb{F}_n \to \mathbb{F}_m$. Allora, $\mathbb{F}$ non può essere suriettiva.

(vi) Se A è finito esiste un unico $n \in \mathbb{N}$ take che $A \cong \mathbb{F}_n$. Tale n prende il nome di **cardinalità di** A e scriveremo $n = \#A$ (anche: n è il numero di elementi di A).

(vii) Se $\emptyset \neq F \subseteq \mathbb{F}_n$, allora F è finito e $\#F \leq n$.

(viii) Se $\emptyset \neq A \subseteq B$ e B è finito, allora A è finito e $\#A \leq \#B$.

(ix) Se A è finito e $B = \{b\}$ è un singleton, allora $A \cup B$ è finito. Qual è la cardinalità di $A \cup B$?

(x) Se A è finito, $\#A \geq 2$, $a \in A$, allora $B := A \backslash \{a\}$ è finito e $\#B = \#A - 1$.

(xi)* $\emptyset \neq A$ è *infinito* $\iff$ *esiste* $\phi : \mathbb{N} \to A$ *iniettiva* $\iff$ $\exists\, \emptyset \neq B \subsetneq A$ *tale che* $A \cong B$.