

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

VALUTAZIONE:

Es 1 [12]	Es 2 [12]	Es 3 [10]	Es 4 [8]	Es 5 [8]	Es 6 [10]	Es 7 [10]	Es 8 [10]	Es 9 [10]	Es 10 [10]	totale

Riportare qui sopra i dati richiesti. **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**

Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.

È VIETATO: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici,...

È NECESSARIO totalizzare almeno 26 punti nei primi 5 esercizi.

MOTIVARE SEMPRE LE RISPOSTE: Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Parte 1 (pt. 50)

Es 1 [Pt. 12] Studiare i limiti: (i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{100} + (\log n)^n}{n^n}$; (ii) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin x}{1-x}$.

Es 2 [Pt. 12] Discutere la convergenza delle seguenti serie: (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2} + \sin^2 n}$; (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\log n}$.

Es 3 [Pt. 10] Dare le definizioni dei numeri e e π (discutendo la buona posizione della definizione).

Es 4 [Pt. 8] Dare la definizione di convergenza di una serie numerica e dimostrare che se $\{a_n\}$ non tende a zero allora la serie $\sum a_n$ non converge.

Es 5 [Pt. 8] Enunciare il criterio di condensazione di Cauchy ed illustrarlo con un esempio.

Parte 2 (50 punti)

Es 6 [Pt. 10] Studiare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(x+1)^2}{3+x^2} \right)^{x^3}$.

Es 7 [Pt. 10] Studiare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \cos x)}{\log \cos x}$.

Es 8 [Pt. 10] Dato $M > 1$ trovare $N > 1$ tale che $\frac{n^3 + 1}{\sqrt{n} - 1} > M$, per ogni $n \geq N$.

Es 9 [Pt. 10] Discutere al variare di $x \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+x)^{n\sqrt{2}}}{n!}$.

Es 10 [Pt. 10] Discutere al variare di $x \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{e}\right)^n + n}{\sin x^n}$.

Risposte: **Es 1:** (i) 0; (ii) $-\infty$. **Es 2:** (i) convergente; (ii) converge assolutamente per $|x| < 1$, converge per $x = -1$, non converge altrimenti. **Es 6:** $+\infty$. **Es 7:** -1 . **Es 8:** si può prendere $N = M^{2/5}$. **Es 9:** la serie è definita per $x \geq -1$ e converge per $-1 \leq x \leq 0$, diverge per $x > 0$. **Es 10:** la serie è definita per $A := \{x | x^n \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ e non converge $\forall x \in A$ poiché $\lim \left| \frac{\left(\frac{x}{e}\right)^n + n}{\sin x^n} \right| = +\infty$.