

Es 1 L'opposto di x è unico.

Es 2 $x = y \Leftrightarrow x - y = 0$

Es 3 $-(-x) = x$

Es 4 $x = x + y \Leftrightarrow y = 0$ (legge di cancellazione)

Es 5 $x \cdot 0 = 0, \forall x$

Es 6 $(-1) \cdot x = -x$

Es 7 $x^2 \geq 0, \forall x$

Es 8 $1 > 0$ (!)

Es 9 $0 \leq x < y \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \geq 0 \\ x^2 < y^2 \end{cases}$

per definizione $x \cdot x$
 $x^2 \stackrel{\text{def.}}{=} x \cdot x$

per caso

$(S_2) \forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \mid x + y = 0$

Dim. che y è unico Supponiamo che

$y = z$
tesi

$(S_2) y + 0 = y + (x+z) \stackrel{(S_1)}{=} (y+x) + z \stackrel{(S_4)}{=} (x+y) + z = 0 + z \stackrel{(S_4)}{=} z + 0 \stackrel{(S_2)}{=} z$ C.V.D.

Es 2 $x = y \Leftrightarrow x - y = 0$

Progiunto "I" $\Rightarrow$

$0 = x - x = x - y$

$(S_3) + \text{univ.}$

OS. Per dimostrare che x è unico lo dimostreremo

con $-x$

Avrei potuto usare altre simboli per dimostrare l'unico opposto di x

(Es 1 !)

ad esempio x

Come
Volevamo
Dimostrare

Es 3 $-(-x) = x$ Usare l'Es 1. !

$(-x) \rightarrow x = 0 \stackrel{\text{Es 1}}{\Rightarrow} x = -(-x)$

$(z + y = 0 \Rightarrow y = -z)$

$$(x) + x \stackrel{(S_2)}{=} x + (-x) \stackrel{(S_3) \text{ - Inv}}{=} 0 \quad \stackrel{!}{\Rightarrow} x = -(-x). \quad \text{C.V.D.}$$

ES 4.

$$x = x + y \Leftrightarrow y = 0, \quad \text{"} \Leftarrow \text{"} \text{ è ovvio.}$$

Dim. " $\Rightarrow$ "

$$y \stackrel{(S_2)}{=} y + 0 = y + (x - x) \stackrel{(S_1)}{=} (y + x) - x \stackrel{(S_4)}{=} (x + y) - x \stackrel{\text{IPOT.}}{\downarrow} = x - x = 0$$

ES 5

TEI $x \cdot 0 = 0, \forall x$

$$x \cdot 0 = x \cdot (0 + 0) \stackrel{(SP)}{=} \underbrace{x \cdot 0}_{\substack{\uparrow \\ \text{EI} \\ x}} + \underbrace{x \cdot 0}_{\substack{\uparrow \\ y}} \stackrel{ES}{\Rightarrow} x \cdot 0 = 0 \quad \text{C.V.D.}$$

OSS $2x = 0 \Rightarrow x = 0$ (OK $\mathbb{R} \setminus \{0\}$) Chi è 2?

DEF!! $2 := 1 + 1, \quad 3 = 2 + 1, \quad 4 = 3 + 1, \dots, 7 = 6 + 1,$

$$\rightarrow 2x = 0 \quad \underbrace{(2^{-1})}_{\substack{\parallel \\ (2^{-1} \cdot 2)x \\ \parallel \\ 1 \cdot x}} (2x) = 2^{-1} \cdot 0 \stackrel{ES}{=} 0$$

$$\underline{1 \geq 0} \stackrel{e}{=} \underline{1 \neq 0} \quad \text{ASSIOMA.}$$

In effetti, dal $\underbrace{1}_{\substack{\parallel \\ \text{ES 8}}} \geq 0 \quad (1 > 0)$

$$\begin{array}{l} 1 \geq 0 \stackrel{(S_0)}{\Rightarrow} 1 + 1 \geq 1 \\ \uparrow \\ \text{ES 8} \end{array} \quad \frac{1 + 1 \geq 1}{2 \geq 1 > 0} \Rightarrow 2 > 0 \quad (2 \neq 0)$$

ESERCIZI SU INSIEMI

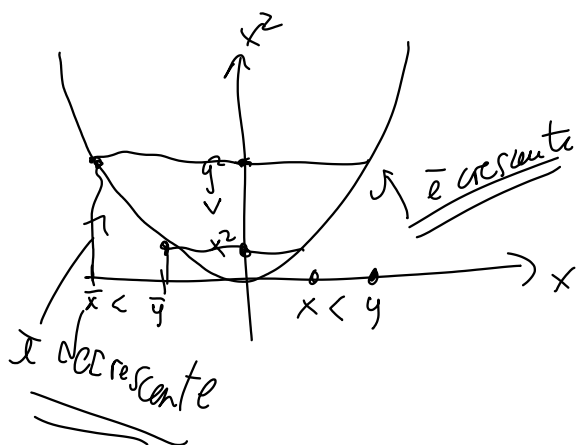
Scrivere in forma esplicita i seguenti insiemi.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x^2 < 11\} = \{2, 3\}$$

Oss. $4^2 = 16 > 11 \Rightarrow 4 \notin A.$

$$\underline{n \geq 4} \Rightarrow n^2 \geq 16 > 11 \Rightarrow n \notin A$$

Cosa sto usando? $x \geq y \Rightarrow x^2 \geq y^2$
 $\uparrow$



$\bar{x}$ giusto? In generale no.
 $\bar{x}$ vero se per i numeri non negativi $\{x | x \geq 0\}$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq y \\ x, y \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 \geq y^2 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

Elencare i sottoinsiemi dei seguenti insiemi:

$$A = \{0, 1\}$$

$$B \subseteq A \Leftrightarrow x \in B \Rightarrow x \in A$$

Sottoinsiemi di A : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$.
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 SEMPRE!! non 0 SEMPRE

Se fosse stato a scelta multipla

$$R1 \quad 0, 1$$

$$R2 \quad \{0\}, \{1\}$$

$$R3 \quad \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$$

$$R4 \quad \{0, 1\}$$

~~R5~~ le altre risposte sono sbagliate

ES. Descrivere esplicitamente $(A \cup B) \setminus C$

$$A = \mathbb{N}, \quad B = \mathbb{Q}_+, \quad C = \mathbb{Z}$$

$\uparrow$
 $\{r \in \mathbb{Q} | r > 0\}$

$$A \cup B = \mathbb{Q}_+, \quad \mathbb{Q}_+ \setminus \mathbb{Z} = \boxed{\mathbb{Q}_+ \setminus \mathbb{N}}$$

$\uparrow$
 $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}_+ \quad (A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B)$