

$$\int_a^b (-1) dx = -(b-a) = (a-b)$$

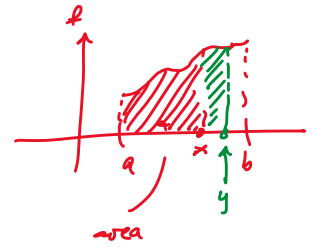


Teorema fondamentale del calcolo integrale

Sia $f(x)$ continua su $[a, b]$

$$F(x) := \int_a^x f(t) dt$$

$$F(a) = 0.$$



Allora F è derivabile e $F'(x) = f(x)$.

ossia F è una primitiva di f ($F(a) = 0$)

Proprietà:



Additività:

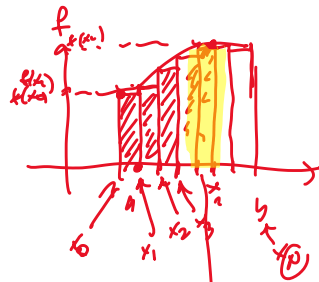
$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

P.B. da x è una variabile unica

Altro modo: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f = \mathcal{I}(f)$

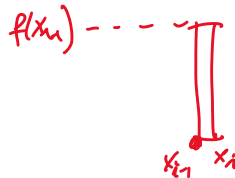
$$\int_a^b f(t) dt$$

Perché nella notazione compare " dt "?



f continua e positiva

$$\text{Area } \underbrace{\{ (x_i) \mid a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x) \}}_C \approx \sum_{i=1}^n \underbrace{f(x_i)}_{\text{altezza}} \underbrace{(x_i - x_{i-1})}_{\text{base}} = \int_a^b f(x) dx$$



Teorema f cont su $[a, b]$, $f \geq 0$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall$$

$$x_0 = a < x_1 < \dots < x_n = b$$

$$\text{t.c. } |x_i - x_{i-1}| \leq \delta \quad \text{Allora}$$

$$\left| \text{Area } C - \sum_{i=1}^n f(\xi_i) (x_i - x_{i-1}) \right| < \varepsilon$$



a
 x_0

x_{i-1} x_i

b
 x_p

$\forall$

$$\underline{x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i}$$

SOMME PARTIELLE DI RIEMANN

Leibniz

$$\sum_{i=1}^n f(t_i) \Delta t_i \rightsquigarrow \left(\sum_{i=1}^n f(t_i) \Delta t_i \right) \rightsquigarrow \int_a^b f(t) dt$$