

Nome, Cognome (STAMPATELLO):

Matricola:

 Per superare la prova è necessario ottenere almeno 25 punti nel primo esercizio.

 Motivare sempre le risposte! Scrivere le soluzioni dell'Es 1 su questo foglio (in ordine!)

Es 1 [Pt 40] (i) [10pt] Dimostrare usando gli assiomi di $\mathbb{R}$: Dato $x > 0$, $x \cdot y \leq x \cdot z$ se e solo se $y \leq z$.(ii) [10pt] Determinare il più piccolo $N \in \mathbb{N}$ tale che $2^n \geq 10 \cdot n$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq N$.(iii) [10pt] Dare la definizione di sup/max di un insieme non vuoto di $\mathbb{R}$ e determinarlo – dandone la dimostrazione – nei seguenti casi $A = [0, 1)$, $B = \{2 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.(iv) [10pt] Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ e verificarla nel caso $f(x) = |x - 2|^{1/3}$.**Es 2 [Pt 20]** Determinare, se esiste, il limite e dimostrare l'affermazione fatta usando la definizione di limite, nei seguenti casi:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^+}{\sqrt{|x|}};$

(ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + (-1)^n n}{n^2 - 1}.$

Es 3 [Pt 10] Usando l'algebra dei limiti e limiti notevoli, si determinino i seguenti limiti (giustificando i passaggi):

(i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - 3x}{x + \sqrt{|x|}};$

(ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - n^4}{n^{10} + 2^n}.$

Es 4 [Pt 15] Determinare punti interni, isolati e d'accumulazione per l'insieme

$$\left\{(-1)^n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\} \cup (1, 2).$$

Es 5 [Pt 15] Dato $\varepsilon > 0$ trovare $\delta > 0$ tale che se $|x - 1| < \delta$, allora $\left| \frac{\sqrt{x}}{1+x} - \frac{1}{2} \right| < \varepsilon$.
