

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

VALUTAZIONE:

es 1 [6]	es 2 [6]	es 3 [6]	es 4 [6]	es 5 [12]	es 6 [16]	es 7 [14]	es 8 [14]	es 9 [20]	totale

- Riportare qui sopra i dati richiesti. **Vanno riconsegnati unicamente questi due fogli.**
- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È vietato: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi o appunti; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.
- Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni, brevi dimostrazioni (24 punti)

Es 1 [Pt. 6] Dare la definizione di funzione semplice e del suo integrale; dare la definizione di integrabilità di Riemann. Dare la definizione di integrale di Riemann generalizzato su $(0, 1)$.

Es 2 [Pt. 6] Discutere la formula di Taylor.

Es 3 [Pt. 6] Dimostrare che una funzione derivabile in un punto è ivi continua. Dare un esempio di funzione continua in 0 e tale che non esista la derivata da destra in 0.

Es 4 [Pt. 6] Dare la definizione di area per domini normali e di lunghezza di grafici; fare esempi.

Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (56 punti)

Es 5 [Pt. 12] Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 e^{x^3} - \log(1 + x^5)}{(\sqrt{1 + x^4} - 1)^2}$. [Si consiglia l'uso della formula di Taylor].

Es 6 [Pt. 16] Studiare la funzione $\frac{x}{x+1} e^{-x}$.

Es 7 [Pt. 14] Calcolare l'integrale $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

Es 8 [Pt. 14] Discutere la convergenza dell'integrale generalizzato $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x e^x}{(x^4 + 1) \sinh x} dx$.

Parte 3. Esercizio originale (20 punti). Svolgere uno dei seguenti esercizi

Es 9 [Pt. 20] Si calcoli il limite $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{\cos x}{x^2 + \varepsilon^2} dx$.

Suggerimento: fare un cambiamento di variabili che renda il denominatore indipendente da ε .

Es 9bis [Pt 20] Si calcoli il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k}$.

Suggerimento: usare il criterio del confronto integrale.