

ESERCITAZIONE AM120

17 maggio 2022

Esercizio 1. Si considerino le funzioni $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = \sqrt{x}$, $f_3(x) = x^2$.

(A) Quali tra le funzioni f_1, f_2, f_3 sono uniformemente continue in $(0, 1)$?

(B) Quali tra le funzioni f_1, f_2, f_3 sono lipschitziane in $(0, 1)$?

(C) Quali tra le funzioni f_1, f_2, f_3 sono uniformemente continue in $(0, +\infty)$?

Esercizio 2. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{1+x}{1+\sin x}\right)}{\sin(2x) - 2 \sin x}.$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 e^{-x^2-1} + e^{-x} \log(1+x^2)}{e^{-1-x+\log \log x}}.$$

Esercizio 4. Si calcoli il polinomio di Taylor di ordine 5 centrato in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{1+x^2}}.$$

Esercizio 5. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto \mathbb{R} , tale che

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ e che esista $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$. Si dimostri che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.