

CORSO DI RECUPERO DI AM110

Lezione 2

14 marzo 2022

Esercizio 1. Verificare i seguenti limiti usando la definizione.

(A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 4}{2n^2 + 3} = \frac{1}{2}$

(B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3\sqrt{n} - 4n) = -\infty$

(C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - 3n}{n + 2} = +\infty$

(D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n^2 - 1}) = 0$

(E) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - n \sin n) = +\infty$

(F) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2^n - n) = +\infty$ [Suggerimento: usare l'Esercizio 2]

Esercizio 2. Usando il principio di induzione, dimostrare che se $a \geq 0$ allora

$$(1 + a)^n \geq 1 + na + \frac{n(n-1)}{2}a^2.$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti di successioni.

(A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 9n^2} - \sqrt{n^4 + 1}}{n^2 + 2}$

(B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^4 + 9n} - \sqrt{n^4 + 1}}{n^2 + 2n}$

(C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^4 + 1}$

$$(D) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2n^5 + 1}$$

$$(E) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2^n - 3^n}$$

$$(F) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n!}$$

$$(G) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{2^n + 5^n}$$

$$(H) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+1} - n\sqrt{n-1})\sqrt{n^3+1}$$

$$(I) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{20} + 4n^4 + 1}{n!}$$

$$(J) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} - \sqrt{1 - \frac{4}{n}} \right)$$

$$(K) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$$

$$(L) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2(3^n - 3^{-n})}{4^n + n^2}$$

$$(M) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{n^2 + n} - n)$$

$$(N) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n!} \right)^n$$