

# CORSO DI RECUPERO DI AM110

## Lezione 5

24 marzo 2022

**Esercizio 1.** Determinare per quali valori dei parametri  $\alpha \neq 0$  e  $\beta \in \mathbb{R}$  la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|\alpha x|} & \text{se } x < 0 \\ \beta - 1 & \text{se } x = 0 \\ e^{\beta x}(2\beta - x) & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Studiare la continuità della funzione

$$f(x) = \frac{(e^x - 1) \log(1 + x^2)}{x(\sqrt[3]{1 + x^2} - 1)}.$$

Stabilire se essa è prolungabile per continuità e scrivere l'eventuale estensione continua.

**Esercizio 3.** Dimostrare che la funzione  $f(x) = \log(2 + \sin x)$  non ammette limite per  $x \rightarrow +\infty$ .

**Esercizio 4.** Data  $f \in C^0(\mathbb{R})$  e sapendo che  $f(1) = 3$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} f\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)$$

giustificando la risposta.

**Esercizio 5.** Stabilire, motivando la risposta, se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 1 \\ 3 - x^3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

è continua nel suo dominio.

**Esercizio 6** (\*). Stabilire, motivando la risposta, se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x-1|} & \text{se } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

è continua nel suo dominio.

**Esercizio 7**. Studiare la continuità in  $\mathbb{R}$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{\log(x^2 + 1)} & \text{se } x > 0 \\ \frac{2x^2 + x^3}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

**Esercizio 8**. Studiare la continuità in  $\mathbb{R}$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(x+1)}{x^2+x} & \text{se } x > 0 \\ 3 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x^2+1}{(x-3)^2} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

**Esercizio 9** (\*). Determinare  $\alpha \in \mathbb{R}$  affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \alpha & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{3x} - 1}{x} + 2 & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

sia continua in  $x = 0$ .

**Esercizio 10**. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -(x+\alpha)^2 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1-e^{x^3}}{\sin^3 x} & \text{se } -\pi < x < 0 \end{cases}$$

risulta continua in  $x = 0$ .

**Esercizio 11**. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin^2 x} - 1}{x^2} & \text{se } x > 0 \\ (x-\alpha)^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

risulta continua in  $x = 0$ .

**Esercizio 12.** Determinare i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha(e^{x^3} - 1) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

risulta continua in  $x = 0$ .

**Esercizio 13.** Calcolare i seguenti limiti di funzioni.

(A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{4x^2}\right)^{x^4 - 2x}$

(B)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \log \frac{1}{x}\right)$

(C)\*  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{\sin x}$

(D)\*  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(3 + x^2)}{x^2}$