

CORSO DI RECUPERO DI AM110

Lezione 7

31 marzo 2022

Esercizio 1. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- (A) Si stabilisca se f sia derivabile nel punto $x = 0$ e, in caso affermativo, si calcoli il valore di $f'(0)$.
- (B) Si stabilisca se la seguente affermazione sia vera o falsa: *Esiste un intorno del punto $x = 0$ su cui la funzione f è monotona crescente.*

Esercizio 2. Determinare i punti di massimo e minimo locale delle seguenti funzioni:

- (A) $f(x) = \arctan(-x(x - 1))$
- (B) $f(x) = e^{-\frac{1}{1+x^2}}$
- (C)* $f(x) = \arctan\left(-\frac{1}{x^2 + 1}\right)$

Esercizio 3. Studiare concavità e convessità delle seguenti funzioni:

- (A) $f(x) = \log(1 + x^2)$
- (B) $f(x) = 2xe^{x^2+4}$
- (C)* $f(x) = (3x^2 + 1)e^{x+2}$

Esercizio 4. Studiare monotonia ed estremanti della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = (3 - x)e^{x^2+1}$.

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x^3}{3x^2} & \text{se } x < 0 \\ -4(x - 2)^2 + x^2 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

stabilire se $x = 0$ è un punto di minimo assoluto per f nell'intervallo $[-5, 2]$.

Esercizio 6. Determinare i punti di massimo e minimo relativi e assoluti della funzione $f(x) = |x^3 - 3x^2 + 3x|$ nell'intervallo $[-2, 3]$.