Esercizio Studiare al variare del parametro $x > 0$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} x^{\sqrt{n}}$.

Suggerimento: Sappiamo che (limite notevole): $\lim_{t \rightarrow +\infty} t^p x^t = 0$ per ogni p e per ogni $0 < x < 1$, da cui segue (parte facile del Teorema ponte) che $n^2 x^{\sqrt{n}} \rightarrow 0$ se $0 < x < 1$. Quindi, definitivamente, si ha che $x^{\sqrt{n}} < 1/n^2$. Alternativamente, per $0 < x < 1$, la successione $x^{\sqrt{n}}$ è decrescente e si può usare il criterio di condensazione di Cauchy e poi il criterio della radice.