Nome, Cognome (STAMPATELLO): **Matricola:**

AA di immatricolazione: **AA di sostenimento di AM110 (Analisi 1, I mod):**

Es 1 [Pt 30] Discutere la convergenza, delle seguenti serie numeriche:

(i) [10pt] $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{senh} \frac{1}{n^2}}{\left(e^{\frac{1}{n}}-1\right) \log^2 n}$; (ii) [10pt] $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \arctan \frac{\log n}{\sqrt{n}\ \log n!}$; (iii) [10pt] $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\left(\log \sqrt{n}\right)-\frac{1}{\sqrt{n}}}$

Es 2 [Pt 15] Discutere la convergenza, al variare del parametro reale x, della serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\ x^n}{\frac{1}{\sqrt{n}}+\log \sqrt{n}}$.

Es 3 [Pt 20] Discutere la convergenza, al variare del parametro reale x, della serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^x \tanh\left(x^n+\frac{(-1)^n}{n^2}\right)$

Es 4 [Pt 10] (i) Scrivere la serie di Taylor di $(1+x)^\alpha$ per $\alpha \in \mathbb{R}$.

(ii) Espandere in serie di potenze (in $x=0$) la funzione $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ e calcolare $D^8 f(0)$.

Es 5 [Pt 15] Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{\cos\left(\sqrt{x}\right)-\frac{2}{2+x}}{\left(e^{\tan x}-1\right)\tanh x}$.

Es 6 [Pt 10] Dimostrare, per induzione, che, per ogni numero naturale n, si ha: $e(n/e)^n \leq n! \leq en(n/e)^n$.