

Nome, Cognome (STAMPATELLO):

Matricola:

Per superare la prova è necessario ottenere almeno 25 punti nel primo esercizio. Motivare sempre le risposte! Scrivere la soluzione dell'Es 1 su questo foglio (possibilmente in ordine)

Es 1 [Pt 40] (i) [20pt] Discutere la convergenza di $\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x^2 \sinh(x-1)^\alpha} dx$, per $\alpha = \pm 1$, e poi $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.

(ii) [10pt] Discutere la convergenza delle seguenti serie (usando criteri noti): (a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (e^{1/n} - 1)$;

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log n)^4 + \sqrt{n}}{n^{3/2} (\log n)^2}$.

(iii) [10pt] Sia $f(x) = \frac{\log(1 + \alpha x) + \cos x - (1 + x)^{\sqrt{2}}}{\cosh x - 1}$. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Es 2 [Pt 20] Discutere la convergenza, al variare di $x \in \mathbb{R}$, della serie: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^x + \tanh x^n}{n \log n}$.

Es 3 [Pt 10] Determinarne la parte immaginaria delle soluzioni dell'equazione $z^3 = 8i$.

Es 4 [Pt 15] (i) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $\ddot{x} + 2x = 0$.

(ii) Determinare la soluzione del problema di Cauchy: $\ddot{x} + 2x = t + \sin t$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$.

Es 5 [Pt 15] Sia $A := \{x > 0 \mid \sin(1/x) > 0\}$. Determinare $\mathring{A}$, $\overline{A}$ e ∂A .
