Pre–appello – 8/6/2026

Nome, Cognome (STAMPATELLO): **Matricola:**

Per superare la prova è necessario ottenere almeno 25 punti nel primo esercizio. Motivare sempre le risposte.

Es 1 [Pt 40] (i) [20pt] Discutere la convergenza dell'integrale improprio: $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x-1}{|\log x|^{\sqrt{2}}}\ \operatorname{sen}\frac{1}{x^2}\,dx$.

(ii) [10pt] Discutere la convergenza delle serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+n^2}{\cosh n}$ e $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\log n}}$

(iii) [10pt] Calcolare limsup e liminf di $a_n = n^2 - \dfrac{n^4+1}{n^2-\sqrt{2}}\ \cos\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)$.

Es 2 [Pt 20] Discutere la convergenza, al variare del parametro reale x, della serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{e^{n^x}}{n!}+(-1)^n\frac{\log n}{n^{1+x}}\right)$.

Es 3 [Pt 15] Si consideri l'equazione differenziale $\ddot{x}+2\dot{x}+2x=\operatorname{sen} t$. (i) Si trovi una soluzione periodica.
(ii) Si determinino *tutte* le soluzioni (in termini dei valori iniziali in $t=0$).
(iii) Si dimostri che esiste una soluzione $x_{\mathrm{p}}(t)$ tale che ogni altra soluzione $x(t)$ verifica $|x(t)-x_{\mathrm{p}}(t)|\to 0$ per $t\to+\infty$.

Es 4 [Pt 15] Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{senh}(x-x^2)-\frac{x}{1+x}}{x\log(1-x^2)}$.

Es 5 [Pt 10] Calcolare $\left(\dfrac{i}{1+i}\right)^{10}$.