## Esercizio 7

24/3/23

**Es 7** Definiamo il **sup essenziale** di $f : E \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ come

$$\|f\|_\infty := \inf_{g \in \tilde{f}} \sup_E |g| \,,$$

dove $\tilde{f} := \{g : E \to \mathbb{R}^n \big| \, g = f \quad \text{q.o.}\}$ e sia

$$\mathscr{L}^\infty(E) := \{f : E \to \mathbb{R}^n \big| \ \exists f_k \in S(E) \text{ t.c. } f_k \to f \text{ q.o.}\,, \text{e } \|f\|_\infty < \infty\} \,.$$

Dimostrare che $(\mathscr{L}^\infty(E), \|\cdot\|_\infty)$ è uno spazio normato e che $L^\infty(E)/\sim$ è uno spazio di Banach (dove $f \sim g$ significa $f = q$ q.o. in $E$).