

AM3 - Tutorato IX

Integrazione in \mathbb{R}^n e cambio di variabili

Mercoledì 5 maggio 2004

Esercizio 1. Calcolare il seguente integrale doppio :

$$\iint_D e^x |xy - 1 - y| \frac{e^{2xy^2}}{x^2 (1+y)^2} dx dy$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq ye^x \leq 2, 2 \leq x(y+1) \leq 3\}$$

(sugg: considerare un opportuno cambio di variabili) .

Esercizio 2. Sia $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 \leq y \leq 3, x \geq 1\}$ calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_T x^2 (y - x^3) \exp(y + x^3) dx dy$$

(sugg: considerare un opportuno cambio di variabili) .

Esercizio 3. Sia B la regione di \mathbb{R}^3 limitata dalle superfici di equazioni $z = 0$, $4z = x^2 + y^2$ e $x^2 + y^2 - 2y = 0$ calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_B x \sqrt{|yz|} dx dy dz$$

Esercizio 4. Sia $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, z^2 \leq x^2 + y^2 \leq ax\}$, con $a > 0$ parametro reale, calcolare

$$\iiint_E \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$$

(sugg: considerare il passaggio a coordinate sferiche) .