

(15/10/19)

Esercizio 1 Sia I un intervallo, $\phi \in C^1(I, \mathbb{R})$, $t_0 \in I$ e $L > 0$. Assumiamo che

$$\phi'(t) \leq L|\phi(t)|, \quad \forall t \in I. \quad (1)$$

Dimostrare che

$$\phi(t_0) \leq 0 \quad \implies \quad \phi(t) \leq 0, \quad \forall t \geq t_0, t \in I; \quad (2)$$

$$\phi(t_0) \geq 0 \quad \implies \quad \phi(t) \geq 0, \quad \forall t \leq t_0, t \in I. \quad (3)$$

Esercizio 2 Sia I un intervallo, $f, g \in C(\mathbb{R} \times I, \mathbb{R})$ e *localmente lipschitziane nella prima variabile*. Siano $u, v \in C^1(I, \mathbb{R})$ tali che

$$u'(t) \leq f(u(t), t), \quad v'(t) \geq g(v(t), t), \quad \forall t \in I; \quad (4)$$

$$f(u(t), t) \leq g(u(t), t), \quad \forall t \in I. \quad (5)$$

Dimostrare che

$$u(t_0) \leq v(t_0) \quad \implies \quad u(t) \leq v(t), \quad \forall t \geq t_0, t \in I; \quad (6)$$

$$u(t_0) \geq v(t_0) \quad \implies \quad u(t) \geq v(t), \quad \forall t \leq t_0, t \in I. \quad (7)$$