

(2/11/19)

**Es 1** Sia  $A \in \text{Mat}(n \times n)$  e  $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ . Dimostrare che

$$x_p(t) := \int_0^t \exp(A(t-s)) \cdot f(s) ds$$

è una soluzione del sistema non omogeneo  $\dot{x} = Ax + f$ . Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\dot{x} = Ax + f, \quad x(0) = x_0. \quad (1)$$

**Es 2** (i) Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione scalare di grado due  $\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = 0$  e se ne traccino le curve di fase (nel piano  $(x, \dot{x})$ ).

(ii) Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione  $\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = f$  con  $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ .

(iii) Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\ddot{x} + \dot{x} + kx = t + \sin t, \quad x(0) = 0 = \dot{x}(0)$$

al variare di  $k > 0$ .