

(3/10/19)

Esercizio Sia $f \in C(D \times I, \mathbb{R}^n)$ lipschitziana in x con costante di Lip. $L > 0$ uniformemente in $t \in I$ (D chiusura di una sfera in \mathbb{R}^n e I intervallo). Sia $\phi(t; x_0, t_0)$ l'unica soluzione del problema di Cauchy

$$\partial_t \phi = f(\phi, t), \quad \phi(t_0; x_0, t_0) = x_0,$$

($x_0 \in D, t_0 \in I$). Dimostrare che ϕ è Lipschitziana in $I \times D \times I$ ed, in particolare, che vale la seguente stima

$$|\phi(t; x_0, t_0) - \phi(s; y_0, s_0)| \leq e^{L|t-t_0|} |x - x_0| + \max_{D \times I} |f| (|t - s| + e^{L|t-s_0|} |t - t_0|). \quad (0.1)$$