

Esame scritto – 21/1/21

- Indicare in cima all'elaborato da consegnare: nome, cognome, n. matricola (o n. documento).
 - Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
 - La prova ha la durata di 3 ore ed è a 'libri chiusi' (e cellulari spenti!)
 - Le risposte vanno sempre motivate chiaramente e sinteticamente!
- Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.**

Es 1 [Pt. 60] Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

(a) $\dot{x} = \frac{x^2 - tx}{t^2}$, $x(1) = 1$.

(b) Determinare α cosicché l'equazione differenziale $\alpha xy dx + (x^2 + y^2) dy = 0$ sia esatta. Per tale α risolvere l'equazione $y' = -\alpha \frac{xy}{x^2 + y^2}$, $y(0) = 1$, dove $y = y(x)$.

(c) Sia $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. Trovare due soluzioni indipendenti di $\dot{x} = Ax$ e calcolarne il wronskiano. Determinare la stabilità dell'equilibrio $x = 0$.

Es 2 [Pt. 10] Sia $x : t \in [0, +\infty) \mapsto x(t)$ la soluzione di $\dot{x} = 1 + x^4$, $x(0) = 0$. Dimostrare che $x(t) > 0$ per ogni $t > 0$.

Es 3 [Pt. 10] Dimostrare che l'equilibrio $x(t) \equiv 0$ dell'equazione $\ddot{x} + \dot{x} - x = 0$ è instabile.

Es 4 [Pt 20] Fare il ritratto di fase dell'equazione $\ddot{x} + 4x^3 - 2x = 0$ e determinare, in particolare, punti di equilibrio e la loro stabilità, orbite periodiche, orbite omo/eterocline.