

**Esercizi. Assegnazione 3 (21/3/07)**

**Es 9** Sia  $E$  uno spazio di Banach e sia  $T : E \rightarrow E'$  un operatore lineare. Mostrare che se vale una delle due condizioni seguenti allora  $T$  è continuo:

- (a)  $\langle Tx, x \rangle \geq 0$  ,  $\forall x \in E$  ;
- (b)  $\langle Tx, y \rangle = \langle Ty, x \rangle$  ,  $\forall x, y \in E$  .

**Es 10** Siano  $E$  ed  $F$  due spazi di Banach. Mostrare che se  $T \in \mathcal{L}(E, F)$  allora  $T^* \in \mathcal{L}(F', E')$  e  $\|T^*\| = \|T\|$ .

**Es 11** Sia  $E$  uno spazio di Banach e  $K \subset E$  compatto (nella topologia forte). Sia  $\{x_n\} \subset K$  tale che  $x_n \rightharpoonup x$  in  $\sigma(E, E')$ . Mostrare che  $x_n \rightarrow x$  nella topologia forte.