

Esercizi. Assegnazione 3

Es 9 Sia E uno spazio di Banach e sia $T : E \rightarrow E'$ un operatore lineare. Mostrare che se vale una delle due condizioni seguenti allora T è continuo:

- (a) $\langle Tx, x \rangle \geq 0$, $\forall x \in E$;
- (b) $\langle Tx, y \rangle = \langle Ty, x \rangle$, $\forall x, y \in E$.

Es 10 Siano E ed F due spazi di Banach. Mostrare che se $T \in \mathcal{L}(E, F)$ allora $T^* \in \mathcal{L}(F', E')$ e $\|T^*\| = \|T\|$.

Es 11 Sia E uno spazio di Banach e $K \subset E$ compatto (nella topologia forte). Sia $\{x_n\} \subset K$ tale che $x_n \rightarrow x$ in $\sigma(E, E')$. Mostrare che $x_n \rightarrow x$ nella topologia forte.