

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Definire la nozione di derivabilità per una funzione di una variabile reale e si dimostri che il prodotto di funzioni continue in un punto è continua nel punto.

2. Si studi la continuità e la derivabilità della seguente funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} e^x \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 + x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

3. Si disegni il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{x+1}(x^2 - x - 4).$$

4. Dopo averne determinato il dominio, si calcoli la derivata della seguente funzione: $f(x) = (\cos x)^{\log x}$.

5. Calcolare l'integrale su $[0, 50]$ della funzione $f(x) = \frac{x}{2}\chi_{[0,2)}(x) - 5x^2\chi_{(-1,1]}(x)$. Dire inoltre se $f(x)$ è una funzione a scalini.

6. Calcolare il seguente integrale: $\int_0^1 \frac{x^3}{(x-2)^3}$.

7. Dimostrare la formula per la derivata delle funzioni arcotangente e arcoseno.

8. Calcolare il seguente limite utilizzando il polinomio di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - (1+x)}{x^3}.$$

9. Utilizzare il criterio di Newton per il calcolo delle radici di una funzione derivabile per definire una successione di numeri razionali che converge a $-\sqrt{5}$.